جامعة باجي مختار _عنابة_

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR_ ANNABA

Faculté des sciences Economique et Sciences de Gestion

ميدان التكوين في العلوم الاقتصادية ، التجارية و علوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية في

الأعمال الموجهة في مقياس الإحصاء الوصفي

(ملخص الدروس _ التمارين _ الحلول)

المقياس: الإحصاء الوصفي

التخصص: الجذع المشترك

المستوى: السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية و علوم التسيير

الدكتورة : لونيسي لطيفة

القسم : العلوم الاقتصادية

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير

السنة الجامعية 2020/ 2021

التقديم

توجه هذه المطبوعة الى الطلبة الجامعيين و بالأخص طلبة كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسير، وفقا للمقرر الوزاري فإن هذه المطبوعة تخص طلبة السنة الأولى جذع مشترك .

الفهرس

المقدمة العامة

المقدمة العامة

تعتبر العملية الإحصائية ظاهرة قديمة استخدمها الانسان منذ القدم لعد ممتلكات الجماعات التي تعيش مع بعضها البعض فكان يستخدم الرموز ثم الأرقام لذلك ، و كما هو مهم على مستوى الافراد فهو مهم جدا على مستوى إدارة الدول ،حيث يستخدم الإحصاء لمعرفة عدد السكان ، ممتلكات الدولة و حجم الضرائب ...الخ ، منذ قرنين زاد الاهتمام بتطوير الأدوات الإحصائية من جمع البيانات و تنظيمها و عرضها و ذلك لتسهيل قراءتها .

من خلال هذه المطبوعة نشرح باهتمام كبير مختلف أدوات جمع البيانات و تمركزها و تشتتها و ذلك من خلال الفصول التالية:

_ الفصل الأول : الجداول الإحصائية و التمثيل البياني

_ الفصل الثاني: مقاييس النزعة المركزية

_ الفصل الثالث: مقاييس التشتت

_ الفصل الرابع : مقاييس الشكل

هذه الفصول مدعومة بتمارين و حلول .

الفصل الأول

الجداول الإحصائية والتمثيل البياني

تمهيد

ان تبسيط بيانات مجتمع احصائي معين تستلزم أولا فهم تلك البيانات و معانيها كما انها تستلزم إعادة إظهارها بطريقة تسهل قراءتها ، لذلك و من خلال هذا الفصل نسعى الى توضيح ما يلي :

_ المفاهيم العامة حول الإحصاء الوصفي .

_ الجداول الإحصائية .

_ التمثيلات البيانية

_ تمارين و حلول لتوضيح المفاهيم و قراءة الجداول التكرارية و الرسومات البيانية .

1.1 مفاهيم عامة

لفهم مقياس الإحصاء الوصفي فهما سليما يجب استيعاب المصطلحات بالشكل السليم و هذا ما يسهل تفسير النتائج تفسيرا منطقيا.

1.1.1 تعريف المصطلحات الاحصائية

ان المصطلحات الأكثر استعمالا في الإحصاء الوصفي هي : الإحصاء ، الإحصاء الوصفي ، المجتمع الاحصائي ،العينة الإحصائية الوحدة الإحصائية و المتغيرات الإحصائية [1].

- **الإحصاء** : يقصد به مجموعة من الطرق العلمية التي تسمح بجمع المعطيات و تنظيمها و تلخيصها و تصنيفها و عرضها على شكل جداول ثم تنظيمها على شكل بيانات (رسومات) يتم بعد ذلك تحليلها و استخلاص النتائج منها بهدف اتخاذ القرارات المناسبة[2] .
- **الإحصاء الوصفي** : يهتم بتصنيف البيانات و غطائها وصفا بسيطا [3].
- **المجتمع الاحصائي** : هو مجموعة المشاهدات و القياسات الخاصة بمجموعة من الوحدات الإحصائية و التي تخص ظاهرة من الظواهر القابلة للقياس : مجتمع طلبة ، مجتمع من الاسر ، مجتمع من المؤسسات ...الخ
- **العينة الإحصائية** : هي جزء من المجتمع الاحصائي و لكن ليس أي جزء ، إنه الجزء الذي يمثل المجتمع أحسن تمثيل ، يختلف حجم العينة حسب أهمية الدراسة و حسب الإمكانيات المادية و البشرية المتاحة

[1] جيلالي جلاطو : الإحصاء الوصفي ، تطبيقات علمية ، دار المناهج للنشر و التوزيع ، 2003 ، ص ص 11 _ 13.
[2] موساوي عبد النور ، بركان سفيان : الإحصاء (1) ، دار العلوم ، 2009 ، ص 06.
[3] المرجع نفسه ، ص 06.

للقيام بهذه الدراسة ، إن الاعتماد على أسلوب العينة متبع في اغلب الدراسات الميدانية و هذا لاستحالة جمع المعلومات الإحصائية من كل الوحدات التي تشكل المجتمع المدروس او بما يسمى بالحصر الشامل.

- **الوحدة الإحصائية** : هي الوحدة الأساسية لتكوين المجتمع الاحصائي .

- **الظاهرة الإحصائية (المتغير الاحصائي):** هي المتغير المدروس في المجتمع الاحصائي مثلا : طول القامة ،السن ، الوزن، العلامة المتحصل عليها في امتحان معين ، الإنتاج ، الادخار ، الاستثمار ، الاستهلاك ....الخ ، و تنقسم المتغيرات الإحصائية الى متغيرات كيفية و متغيرات كمية.

أ_ المتغيرات النوعية : هي المتغيرات التي لا يمكن قياسها او غير قابلة للقياس مثل الجنسية ، الحالة العائلة ....الخ ، و تنقسم الى متغيرات نوعية قابلة للترتيب مثل (مراحل عمر الانسان) ، و متغيرات نوعية غير قابلة للترتيب مثل الجنس (أنثى و ذكر) .

ب_ المتغيرات الكمية : هي الخصائص التي يمكن قياسها و هي اكثر انتشارا و استعمالا لان لغة الإحصاء هي لغة الأرقام مثال لذلك : الإنتاج ، الاستهلاك ، الاستثمار ، الوزن ...الخ و تنقسم المتغيرات الكمية بدورها الى قسمين : متغيرات منقطعة و متغيرات مستمرة .

- المتغيرات المنقطعة (المنفصلة) : هي المتغيرات التي تأخذ قيما صحيحة ، لا يمكن تجزئتها مثلا عدد الأطفال في العائلة ، عدد قطع الغيار المنتجة ...الخ .

- المتغيرات المستمرة (المتصلة) : هي المتغيرات التي تأخذ كل القيم كل القيم الممكنة لمجال الدراسة و نظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم .

2.1.1 مصادر جمع البيانات

غالبا ما تقسم مصادر جمع البيانات الى قسمين وهما : التقارير الرسمية التي تنشرها المؤسسات و الجهات المخولة بذلك إضافة الى الأفراد والمؤسسات التي تقوم بجمع البيانات من ذوي العلاقة، و يمكن تقسم المصادر الى مباشرة و غير مباشرة [4]:

أولا : المصادر المباشرة (الأولية) : المصدر الاولي لجمع البيانات هو الذي يقوم بجمع البيانات بنفسه او تحت اشرافه مثل ما تقوم به دائرة الإحصاءات العامة من تسجيل للبيانات عن السكان ،و من طرق المصادر المباشرة للبيانات :

أ_ المقابلات الشخصية المباشرة : حيث يقوم جامع البيانات بطرح الأسئلة و يجيب عليها الشخص المعني (وجها لوجه).

ب_ المقابلات الشخصية غير المباشرة : يقوم جامع البيانات بمقابلة شخص ثالث غير الشخص المطلوب منه البيانات حيث ان هذا الشخص لا يرغب بإعطاء المعلومات او البيانات عن نفسه او يكون غير متوفر في فترة جمع البيانات .

ج_المعلومات عن المراسلين : دورهم جمع البيانات و تقديمها للجهة المعنية بالدراسة .

د_ عن طريق الهاتف و هذه الطريقة شبيهة بالمقابلة الشخصية و لكن تكون الأسئلة و الإجابات عن بعد عن طريق الهاتف .

---

[4] سهيل أحمد سمحان و محمود حسين الوادي : مبادئ الإحصاء للاقتصاد و العلوم الإدارية ، دار الصفاء للنشر و التوزيع ، 2010 ، ص ص 32_34 .

الاستبانات بالبريد او الفاكس او البريد الإلكتروني ، حيث يرسل الباحث الاستبانة للأفراد المطلوب جمع البيانات منهم و يتم إعادة الاستبانة بعد التعبئة بنفس الطريقة .

و_ عن طريق الأنترانت : حيث يتم طرح الموضوع قيد الدراسة على الأنترانت فيجيب عليه الراغبون في المشاركة .

ثانيا : المصادر غير المباشرة (الثانوية) :عندما لا يستطيع الباحث من جمع البيانات بنفسه او تحت اشرافه يلجأ الى المصادر غير المباشرة أي الى البيانات التي جمعها غيره و هي معدة مسبقا من طرف الجهات المعنية و التي غالبا ما تكون رسمية ، و تقسم هذه البيانات الى قسمين هما :

أ_ المصادر المنشورة و منها :

_ التقارير و المنشورات الرسمية مثل تقارير دائرة الإحصاءات العامة او البنك المركزي و غيرها

_ التقارير و المنشورات شبه الرسمية و هي تقارير و منشورات تنشرها هيئات محلية مثل تقارير البلديات و غرف التجارة و الصناعة المحلية

_ التقارير و المنشورات الخاصة مثل تقارير منشورات الشركات و المؤسسات الخاصة .

ب_ المصادر غير المنشورة : هي بيانات غير منشورة لكنها مدونة في سجلات الهيئات و يكون في إمكان الباحث الرجوع اليها.

3.1.1 طرق جمع البيانات

يحتاج الباحث الى البيانات الضرورية من أجل انهاء البحث او الدراسة التي يرغب بها لذلك يتم جمع البيانات الإحصائية بإحدى الطرق التالية [5]:

أ_ طرق المسح الشامل : حيث يتم جمع البيانات الإحصائية ن جميع المفردات التي تؤلف المجتمع الاحصائي قيد الدراسة مثل التعداد السكاني للدولة او التعرف على مستوى طلاب الجامعة في مادة الاقتصاد او حصر أداد الطلبة في الجامعة ..الخ .

ب_ طريقة العينة : حيث يتم جمع البيانات عن جزء من وحدات المجتمع الاحصائي و ذلك في حالة تعذر اجراء المسح اشامل و عندها نلجأ الى دراسة جز من المجتمع الاحصائي يسمى العينة و حجمها هو عدد عناصرها ، و من الأسباب التي تؤدي الى استخدام العينات بدل من المسح الشامل :

_ توفير الوقت و الجهد و النفقات .

_ إذا كان المجتمع الاحصائي متجانسا .

_ إذا كان المجتمع الاحصائي غير محدود .

_ فساد عنصر المجتمع نتيجة أخذ المشاهدات .

_ قد يكون المجتمع متصلا و غير قابل للعد ، مثل دراسة المخزون من النفط .

---

[5] المرجع نفسه : ص ص 34_35 .

2.1 طرق عرض البيانات

بعد جمع البيانات يحتاج الباحث لقراءتها، ولكنها بشكلها الخام يصعب فهمها و تحليلها ، لذلك نحتاج الى تسهيل عملية عرض البيانات الإحصائية و ذلك باستخدام الجداول التكرارية و أيضا الرسومات البيانية، وهذا يساعد كثيرا في تبسيط القراءة و تحليلها.

1.2.1 العرض الجدولي التكراري

وهي تفريغ البيانات في جداول منتظمة و خاصة للبيانات المرتبطة بالزمن ، وهناك تصنيفات مختلفة للجداول و هي:(الجداول البسيطة و جداول التكرارية المزدوجة)و أيضا (الجداول المقفلة و المفتوحة) و أيضا (الجداول المنتظمة و الجداول الغير منتظمة)[6].

أولا : الجداول البسيطة و جداول التكرارية المزدوجة

أ_ الجداول البسيطة : و هي جداول تتوزع فيها البيانات حسب صفة واحدة ، و بتكون من عمودين ، حيث يمثل العمود الأول الظاهرة و يمثل العمود الثاني عدد المفردات التابعة لكل مشاهدة (التكرارات) و عند استخدام الجداول يجب الانتباه الى عدد من الأمور منها : عنوان الجدول ، الوحدات المستعملة ، المصادر التي اخذت منها البيانات والوحدات المستعملة .

[6] سهيل احمد سمحان و محمود حسين الوادي : مرجع سبق ذكره ، ص 54_55.

الجدول رقم (1) : يمثل جدول بسيط

التكرارات n_i	العلامات	المتغير الاحصائي x_i
4	////	X_1
1	/	X_2
6	//////	X_3
1	/	X_4
المجموع 2=1		**المجموع**

ب_ الجداول التكرارية المزدوجة : يستعمل جدول التوزيع التكراري المزدوج عند دراسة خاصيتين في آن واحد لمجتمع ما، حيث توضع البيانات الاحصائية في هذا الجدول بالشكل التالي [7]:

– نخصص الأسطر لبيانات الخاصية الأولى ونخصص الأعمدة لبيانات الخاصية الثانية.

– نرمز لقيم الخاصية الأولى بالرمز X_i حيث i تتراوح من 1 إلى n و

نرمز لقيم الثانية بالرمز y_i حيث j تتراوح من 1 إلى n.

الجدول رقم (2) : يمثل الجدول المزدوج

المتغير y / المتغير X	y_1	y_2	y_3	y_4	ni
X_1	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}	N_1
X_2	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{24}	N_2
X_3	N_{31}	N_{32}	N_{33}	N_{34}	N_3
X_4	N_{41}	N_{42}	N_{43}	N_{44}	N_4
X_5	N_{51}	N_{52}	N_{53}	N_{55}	N_5
n_j	n_1	n_2	n_3	n_4	$\sum n_i=\sum n_j$

[7] موسى عبد الناصر: دروس في الإحصاء الوصفي، كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير، جذع مشترك للسنة الأولى، 2006_2007 ، ص 15.

ثانيا : الجداول المقفلة و المفتوحة : ان الجداول التكرارية التي تكون فئاتها قيما مفردة او فترات مغلقة من الطرفين تسمى جداول مغلقة و تستعمل في عرض البيانات بمختلف أنواعها و من ميزاتها أنها محددة و نستطيع إيجاد مراكزها و بالتالي نستطيع اجراء الحسابات الإحصائية عليها مثل مقاييس النزعة المركزية و مقياس التشتت و غيرها ، أما الجداول المفتوحة فهي تلك التي يكون فيها فئة او أكثر مفتوحة بمعنى غير مغلقة من أحد طرفيها او كليهما، و غالبا ما تكون الفترة المفتوحة اما الفئة الأولى او الفئة الأخيرة ، مثل جداول الدخل او العمر .

الجدول رقم (3) : جدول مغلق من الطرفين

الفئات	التكرار
10 14	3
15 19	4
20 24	2
25 29	1

الجدول رقم (4) : جدول مفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار
أقل من 10	3
15 19	4
20 24	2
أكثر من 25	1

الجدول رقم (5) : جدول مفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار
أقل من 10	3
15 19	4
20 24	2
25 29	1

الجدول رقم (6) : جدول مفتوح من الأعلى

التكرار	الفئات
3	10 14
4	15 19
2	20 24
1	اكثر من 25

ثالثا : الجداول المنتظمة و الجداول الغير منتظمة : ان لجداول المنتظمة هي تلك التي تكون اطوال الفئات فيها متساوية .

اما الجداول الغير منتظمة هي تلك الجداول التي تكون فيها اطوال الفئات غير متساوية وذلك ان التراكمات صغيرة و يوجد تباعد في البيانات .

2.2.1 جمع البيانات في فئات

توجد طريقة يمكن بواسطتها تنظيم البيانات في فئات و وضعها في جدول يبين ويوضح الخصائص العامة لهذه البيانات و يكون ذلك كما يلي [8]:

أولا: نحدد المجال (المدى) الذي تنتشر فيه البيانات، وهو الفرق بين أكبر قيمة للبيانات وأصغر قيمة لها، أي أن:

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة.

[8] المرجع نفسه ، ص 08.

ثانيا: نقسم المدى إلى فئات متساوية الطول بحيث يكون عددها مناسبا وهناك عدة طرق لحساب **عدد الفئات** نذكر منها:

1 – معادلة ستيرجس Sturages التي تنص على أن (عدد الفئات = 1 + 3.322 لغ عدد البيانات).

$K = 1 + 3,322\log(n)$

2 – معادلة يول yule التي تنص على عدد الفئات = $2.5 \sqrt[4]{\text{عدد البيانات}}$

ثالثا: نحسب طول الفئة وهو يساوي المدى مقسوما على عدد الفئات[9]

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

مما سبق نستخلص الطريقة المرنة في تحديد عدد الفئات وأطوالها والتي لا تعتمد على المعدلات الرياضية بل أن هذه الطريقة مرنة بطبيعتها وهي:

$$\boxed{\text{طول الفئة} \times \text{عدد الفئات} \geq \text{المدى}}$$

أيضا : يمكن حساب طول الفئة كما يلي[10]:

$$\boxed{\textbf{طول الفئة} = \textbf{الحد الأعلى} - \textbf{الحد الأدنى} + 1}$$

3_ تحديد حدود الفئات[11]

_ الحد الأدنى للفئة الأولى : يمثل اصغر قيمة في البيانات ، أما الحد الأعلى لها فيساوي الحد الأدنى مضافا اليه طول الفئة مطروحا منه 1 .

---

[9] المرجع نفسه ، ص 8.

[10] نبيل جمعة صالح النجار : الإحصاء في التربية و العلوم الإنسانية مع تطبيقات برمجة SPSS، دار الحامد ، الأردن ، 2010، ص 67.

[11] المرجع نفسه ، ص 66.

_ الحد الأدنى الفعلي = الحد الادنى _ 0.5 .

_ الحد الأعلى الفعلي = الحد الأعلى + 0.5 .

3.2.1 التكرارات

عند تكوين أي جدول للتوزيع التكراري يمكن التمييز بين أنواع مختلفة من التكرارات ، وذلك كما يلي:

أ_ التكرار المطلق وهو التكرار العادي.

ب_ التكرار النسبي، الذي يستعمل للتعبير عن الأهمية النسبية لتكرار كل متغير أو فئة بالنسبة لإجمالي التكرارات ، وهو يحسب بالصيغة الموالية:

التكرار النسبي = تكرار كل فئة/مجموع التكرارات الكلية

ت_ التكرار المئوي : تكرار الفئة مقسوما على مجموع التكرارات مضروبا في مئة .

التكرار المئوي = (تكرار كل فئة/مجموع التكرارات الكلية) X 100

ث _ التكرارات التجمعية : في بعض الحالات نرغب في معرفة التكرارات أو البيانات التي تزيد قيمتها عن قيمة معينة أو تقل عن قيمة معينة، فمثلا عندما نرغب في معرفة عدد الناجحين (أي الطلبة المتحصلين على درجة تساوي أو تزيد 10) فإن هذه المعلومات غير واضحة في جدول التوزيع التكراري فنكون لهذا الغرض ما يسمى بالجدول التكراري المتجمع الصاعد أو النازل، وكتعريف فإن:

_ التكرار المتجمع الصاعد لأي فئة هو تكرار هذه الفئة مضافا إليه مجموع تكرارات الفئات السابقة.

_ التكرار المتجمع النازل لأي فئة هو عبارة عن مجموع التكرارات مطروحا منه تكرارات الفئات السابقة.

4.2.1 التمثيل البياني

لا تختلف أهمية التمثيل البياني عن الجداول التكرارية فيما يخص تسهيل القراءة للبيانات، ما يميز التمثيل البياني انه يعتمد على الجدول التكراري من حيث نوع المتغير الذي يتحكم في شكل التمثيل البياني و أيضا يعتمد على التكرارات ، و من خلال الجدول التالي نوضح تأثير نوع المتغير الاحصائي على التمثيل البياني:

الجدول رقم (2) : يوضح التمثيل البياني المناسب لكل نوع متغير

نوع المتغير الاحصائي	التمثيل البياني المناسب	طريقة الرسم
المتغير الاحصائي النوعي	_ الدائرة	_ تستخدم الدرجات ، كما يمكن تحويلها الى نسب مئوية .
	_ المستطيلات المنفصلة	_ ترسم على المحور الافقي حيث تكون قاعدة المستطيلات متساوية و منفصلة ، و يمثل المحور العمودي التكرارات العادية.
	_ المستطيل المجزئ	_ مستطيل واحد مجزئ يرسم على المحور الافقي أما المحور العمودي فيمثل التكرارات العادية النسبية .
المتغير الاحصائي الكمي المنفصل	_ الاعمدة البسيطة	_ترسم على المحول الافقي ، يمثل المتغير الاحصائي ، أما المحور العمودي يمثل التكرار العادي .
	_منحنى التكرار التجمعي الصاعد	_ يمثل المحور الافقي المتغير الاحصائي كقيم مفردة ، اما المحور العمودي يمثل التكرار التجمعي الصاعد .
	_منحنى التكرار التجمعي النازل	_ يمثل المحور الافقي المتغير الاحصائي كقيم مفردة ، اما المحور العمودي يمثل التكرار التجمعي النازل .

المتغير الاحصائي الكمي المستمر	_ المدرج التكراري	_يرسم على المحور الافقي الذي يمثل الفئات و هو عبارة عن مستطيلات مترابطة ، اما المحور العمودي يمثل التكرارات العادية .
	_ المضلع التكراري	_ يرسم على المحور الافقي الذي يمثل **مراكز الفئات** ، اما المحور العمودي يمثل التكرارات العادية . _ كما يمكن رسمه مباشرة فوق المدرج التكراري بتحديد مراكز الفئات في قمة المستطيل . **_مركز الفئة = (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) / 2**
	_منحنى التكرار التجمعي الصاعد	_ يمثل المحور الافقي المتغير الاحصائي كفئات، اما المحور العمودي يمثل التكرار التجمعي الصاعد .
	_منحنى التكرار التجمعي النازل	_ يمثل المحور الافقي المتغير الاحصائي كفئات، اما المحور العمودي يمثل التكرار التجمعي النازل

_ يرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد عن طريق إيصال مجموعة النقاط ذات الإحداثيات التالية: **الحدود العليا للفئات** والتكرار المتجمع الصاعد المقابل لها، **ويرسم منحنى التكرار المتجمع النازل** بإيصال مجموعة النقاط التي إحداثياتها: **الحدود الدنيا للفئات والتكرار المتجمع النازل مقابل لها**، تقاطع منحنى التكرار التجمعي الصاعد و النازل يمثل **الوسيط** .

3.1 التمارين و الحلول

1.3.1 التمارين

1.1.3.1 التمرين الأول

ضع رمز الإجابة الصحيحة في المربع المخصص لذلك [12]:

1. المحور الافقي للمضلع التكراري لتوزيع تكراري يمثل :

أ_ مراكز الفئات ، ب_ أطوال الفئات ، ج _ الحدود الفعلية للفئات ، د_ الحدود العادية للفئات .

2. المحور الافقي لمنحنى التكرار المتجمع الصاعد يمثل :

أ_ التكرار المتجمع الصاعد ، ب_ الحدود العادية للفئات ، ج_ مراكز الفئات ، د_ الحدود الفعلية للفئات .

3. أوجد الحدود الفعلية للفئة التالية (5_15)

أ_ (5_15) ،ب_ (4.5_15.5) ،ج_ (5.5 _ 15.5) ،د_ (4.5 _ 14.5) .

4. اوجد مركز الفئة للفئة التالية (5_15)

أ_ (5) ،ب_ (15) ،ج_(10) ، د_(20) .

5. أوجد طول الفئة للفئة التالية (5_15)

أ_ (11) ،ب_ (10) ،ج_(5) ، د_(15) .

6. أوجد الحدود الفعلية للفئة التالية ((_6) _ (_1))

[12] نبيل جمعة صالح النجار : مرجع سبق ذكره ، ص 82 .

أ_ ((_6) _ (_1)) ، ب_ ((_6.5) _ (_0.5)) ، ج _ ((_5.5) _ (_1.5)) ، د_ (6 _ 1) .

7 . اوجد مركز الفئة للفئة التالية ((_6) _ (_1))

أ_ (_3.5) ، ب_ (3.5) ، ج _ (7) ، د _ (_7)

8. أوجد طول الفئة للفئة التالية ((_6) _ (_1))

أ_ 3 ، ب_ 4 ، ج_ 5 ، د_ 6

9. أوجد الحدود الفعلية الدنيا للفئة التالية (10.2 _ 16.4)

أ_ 10.2 ، ب_ 16.4 ، ج_ 9.7 ، د_ 16.9

10. أوجد الحدود الفعلية العليا للفئة التالية (10.2 _ 16.4)

أ_ 10.2 ، ب_ 16.4 ، ج_ 9.7 ، د _ 16.9

2.1.3.1 التمرين الثاني

من خلال العبارات التالية حدد المجتمع الاحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الاحصائي ، نوعه و التمثيل البياني المناسب.

_ التقدير المتحصل عليه في شهادة البكالوريا للتلاميذ ثانوية الحجار المختلطة .

_ عدد الطالبات في كل قاعة تدريس في قسم العلوم التجارية .

_ العلامة المحصل عليها في مقياس مادة الإحصاء الوصفي لطلبة سنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية .

_ أجور عمال مصنع الحديد و الصلب الحجار .

_ اوزان الأطفال المصابين بمرض السكري الذين أعمارهم الأقل من 10 سنوات .

_ عدد قاعات التدريس في كلية العلوم الاقتصادية و كلية العلوم الإنسانية .

_ ألوان أغلفة منتوج حلوى الشامية في مصنع معين .

_ تخصصات كليات جامعة باجي مختار عنابة .

_ عدد افراد كل اسرة في مدينة عنابة .

_ تخصصات اقسام كلية العلوم الاقتصادية لجامعة باجي مختار عنابة .

3.1.3.1 التمرين الثالث

خلال توجيه التلاميذ المتحصلين على شهادة البكالوريا ، اتضح انه تم توزيع 27 تلميذا على التخصصات الاكاديمية التالية:

فنون جميلة	لغة أمازيغية	حقوق	علم المكتبات	تاريخ	تاريخ	علم الاجتماع	لغة أمازيغية	علم المكتبات
حقوق	علم النفس	فنون جميلة	علم النفس	لغة أمازيغية	حقوق	علم المكتبات	علم الاجتماع	علم المكتبات
لغة أمازيغية	علم المكتبات	حقوق	تاريخ	فنون جميلة	حقوق	لغة أمازيغية	علم الاجتماع	لغة أمازيغية

المطلوب :

أولا : حدد المجتمع الاحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الاحصائي ، نوعه و التمثيل البياني المناسب

ثانيا : ارسم جدول تفريغ البيانات .

ثالثا : قدم التمثيل البياني المناسب

4.1.3.1 التمرين الرابع

البيانات التالية تمثل عدد الغيابات التي سجلها أستاذ لطلاب إحدى الاقسام للسنة أولى جذع مشترك علوم إقتصادية.

0	1	2	0	4	5	3	6	6	5
2	3	3	3	2	4	0	1	3	5
4	1	0	2	4	3	3	1	5	0

المطلوب :

أولا : حدد المجتمع الاحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الاحصائي ، نوعه و التمثيل البياني المناسب

ثانيا : ارسم جدول تفريغ البيانات و يحتوي على التكرار المطلق و التكرار النسبي و التكرار النسبي المئوي التكرار التجمعي الصاعد التكرار التجمعي الصاعد النسبي ، التكرار التجمعي الصاعد النسبي المئوي ، التكرار التجمعي النازل ، التكرار التجمعي النازل النسبي ، التكرار التجمعي النازل النسبي المئوي .

ثالثا : قدم قراءة ل N، n_5، ، $\Delta n3 \nearrow$ ، $\Delta n_3 \swarrow$.

رابعا : ارسم التمثيل البياني المناسب .

خامسا : مثل منحى التكرارات التجمعية الصاعدة و النازلة

5.1.3.1 التمرين الخامس

البيانات التالية تمثل أجور 50 عاملا في مصنع معين ،حيث ان الوحدة هي ألف دينار جزائري .

18	39	28	21.3	21.3	48	18.1	33	43	30
20.4	40.5	35	35	36.5	36.5	20.4	50.6	32.6	44

50.6	32.6	51	21.3	18.5	32	19.5	45	23	50.6
26	39	50	42	48	47.5	37.5	47.5	35	24
20.4	49.9	40.5	**50.6**	40.5	23	47.5	27	49.9	18.1

المطلوب

أولا : وضح المجتمع الاحصائي و المتغير الإحصائي .

ثانيا : احسب المدى العام و فسره

ثالثا : ارسم جدول توزيع تكراري

رابعا : قدم قراءة للفئة الرابعة ، n_6 ، $\Delta n_5 \nearrow$ ، $\Delta n_5 \swarrow$

خامسا : أرسم المدرج التكراري و المضلع التكراري في نفس التمثيل البياني .

سادسا : مثل بيانيا التكرارات التجمعية الصاعدة و النازلة

6.1.3.1 التمرين السادس

العلامات المحصل عليها من طرف 40 طالب في مادة الإحصاء كانت كما يلي [13]:

20	07	11	12	14	15	16	17	19	**20**
8	16	2	**2**	4	10	7	7	5	5
12	6	6	14	14	9	9	10	8	8
14	15	13	17	18	3	3	17	16	18

[13] موساوي عبد النور و بركان محمد : مرجع سبق ذكره ، ص 28

المطلوب :

أولا : تنظيم هذه المعلومات على شكل جدول تكراري طول الفئة =5 .

ثانيا : قدم قراءة للفئة الثانية n_2، ، $\Delta n_2 \nearrow$ ، $\Delta n_2 \swarrow$

ثالثا : أرسم المضلع التكراري

7.1.3.1 التمرين السابع

يمثل التوزيع التالي الراتب الشهري ل 30 عائلة ، الوحدة هي 10^3 دج

xi	ni
[4 8 [	4
[8 12 [	10
[12 16 [	14
[16 20 [	2
Σ ni	**30**

احسب و فسر ما يلي :

أولا : $F(X \langle 15)$; $f(X \langle 15)$; $f\%(X \langle 15)$

ثانيا : $F(X \leq 15)$

ثالثا: $F(4 \leq X \leq 11)$; $f(4 \leq X \leq 11)$; $f\%(4 \leq X \leq 11)$

رابعا : $F (X \geq 16)$; $f (X \geq 16)$; $f\% (X \geq 16)$

2.3.1 حل التمارين

1.2.3.1 حل التمرين الأول

الرقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة	أ	ب	أ	ج	أ	ج	أ	د	ج	د

2.2.3.1حل التمرين الثاني

المجتمع الاحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الاحصائي	نوعه	التمثيل البياني المناسب
تلاميذ ثانوية الحجار المختلطة .	تلميذ من ثانوية الحجار	التقدير	نوعي	_ الدائرة النسبية _ المستطيلات المتباعدة _ المستطيل المجزئ
الطالبات في كل قاعة تدريس في قسم العلوم التجارية	طالبة في كل قاعة تدريس في قسم العلوم التجارية	عدد الطالبات	كمي متقطع	_ الأعمدة البسيطة _منحنى التكرار التجمعي الصاعد __منحنى التكرار التجمعي النازل
_طلبة سنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية	طالب سنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية	العلامات	كمي مستمر	_ المضلع التكراري _ المدرج التكراري _ منحنى التكرار التجمعي الصاعد _ منحنى التكرار التجمعي النازل
عمال مصنع الحديد و الصلب الحجار	عامل مصنع الحديد و الصلب الحجار	الأجور	كمي مستمر	_ المضلع التكراري _ المدرج التكراري

				_ منحنى التكرار التجمعي الصاعد _ منحنى التكرار التجمعي النازل
الأطفال المصابين بمرض السكري الذين أعمارهم الأقل من 10 سنوات .	طفل مصاب بمرض السكري الذين أعمارهم الأقل من 10 سنوات .	أوزان الأطفال	كمي مستمر	_ المضلع التكراري _ المدرج التكراري _ منحنى التكرار التجمعي الصاعد _ منحنى التكرار التجمعي النازل
عدد قاعات التدريس في كلية العلوم الاقتصادية و كلية العلوم الإنسانية	قاعة التدريس في كلية العلوم الاقتصادية و كلية العلوم الإنسانية.	عدد القاعات	كمي متقطع	_ الأعمدة البسيطة _منحنى التكرار التجمعي الصاعد __منحنى التكرار التجمعي النازل
أغلفة منتوج حلوى الشامية في مصنع معين .	غلاف منتوج حلوى الشامية في مصنع معين .	ألوان الغلاف	نوعي	_ الدائرة النسبية _ المستطيلات المتباعدة _ المستطيل المجزئ
تخصصات كليات جامعة باجي مختار عنابة	كلية من جامعة باجي مختار عنابة .	التخصصات	نوعي	_ الدائرة النسبية _ المستطيلات المتباعدة _ المستطيل المجزئ
كل اسرة في مدينة عنابة	اسرة في مدينة عنابة	عدد الأفراد	كمي متقطع	_ الأعمدة البسيطة _منحنى التكرار التجمعي الصاعد __منحنى التكرار التجمعي النازل
اقسام كلية العلوم الاقتصادية	قسم في كلية العلوم الاقتصادية	التخصصات	نوعي	_ الدائرة النسبية _ المستطيلات المتباعدة _ المستطيل المجزئ

3.2.3.1حل التمرين الثالث

أولا :

_ المجتمع الاحصائي : 27 تلميذ .

_ الوحدة الإحصائية : تلميذ .

_ المتغير الاحصائي : التخصصات الاكاديمية .

_نوع المتغير الاحصائي : نوعي .

_ التمثيل البياني المناسب : دائرة نسبية ، مستطيلات متباعدة ، مستطيل مجزأ .

ثانيا : **الجدول التكراري**

جدول تفريغ البيانات يوضح توجيه التلاميذ المتحصلين على شهادة البكالوريا على التخصصات الاكاديمية

Σ N	علم النفس	علم الاجتماع	التاريخ	علم المكتبات	حقوق	لغة امازيغية	فنون جميلة	x_i
	//	///	///	/////	/////	/ /////	///	**تفريغ البيانات**
27	2	3	3	5	5	6	3	n_i

المصدر : مثال افتراضي

حيث ان : x_i تمثل المتغير الاحصائي ، n_i يمثل الوحدة الإحصائية (التكرار) ، N يمثل المجتمع الاحصائي (المجموع).

ثالثا : **التمثيل البياني**

عندما تكون المتغيرات نوعية يمكن استخدام التمثيلات البيانية التالية :

_ الدائرة النسبية

_ المستطيلات المتباعدة

_ المستطيل المجزأ

في هذا المثال سنختار عشوائيا التمثيل البياني باستخدام المستطيلات المتباعدة .

تمثيل بياني باستخدام المستطيلات المتباعدة يوضح توجيه التلاميذ المتحصلين على شهادة البكالوريا على التخصصات الاكاديمية

4.2.3.1 حل التمرين الرابع

أولا :

_ المجتمع الاحصائي : طلاب إحدى الاقسام للسنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية .

_ الوحدة الإحصائية : **طالب**

_ المتغير الاحصائي : عدد الغيابات

_ نوعه : متغير كمي متقطع ، لأنه يأخذ القيم الصحيحة.

_ التمثيل البياني المناسب : الأعمدة البسيطة ، منحنى التكرار التجمعي الصاعد و منحنى التكرار التجمعي النازل .

ثانيا : جدول تفريغ البيانات و جدول التوزيع التكراري

جدول تفريغ البيانات والتوزيع التكراري يوضح عدد غيابات الطلاب في احد اقسام السنة الاولى علوم اقتصادية.

XI	تفريغ البيانات	ni	fi	fi%	Δ ni↗	Δ fi↗	Δfi%↗	Δni ↙	Δ fi ↙	Δfi%↙
0	/////	5	0.17	17	5	0.17	17	30	1	100
1	////	4	0.13	13	9	0.3	30	25	0.83	83
2	////	4	0.13	13	13	0.43	43	21	0.7	70
3	///// //	7	0.23	23	20	0.67	67	17	0.57	57
4	////	4	0.13	13	24	0.8	80	10	0.33	33
5	////	4	0.13	13	28	0.93	93	6	0.2	20
6	//	2	0.07	7	30	1	100	2	0.07	7
Σ		**30**	**1**	**100%**	/	/		/	/	/

المصدر : مثال افتراضي

حيث ان :

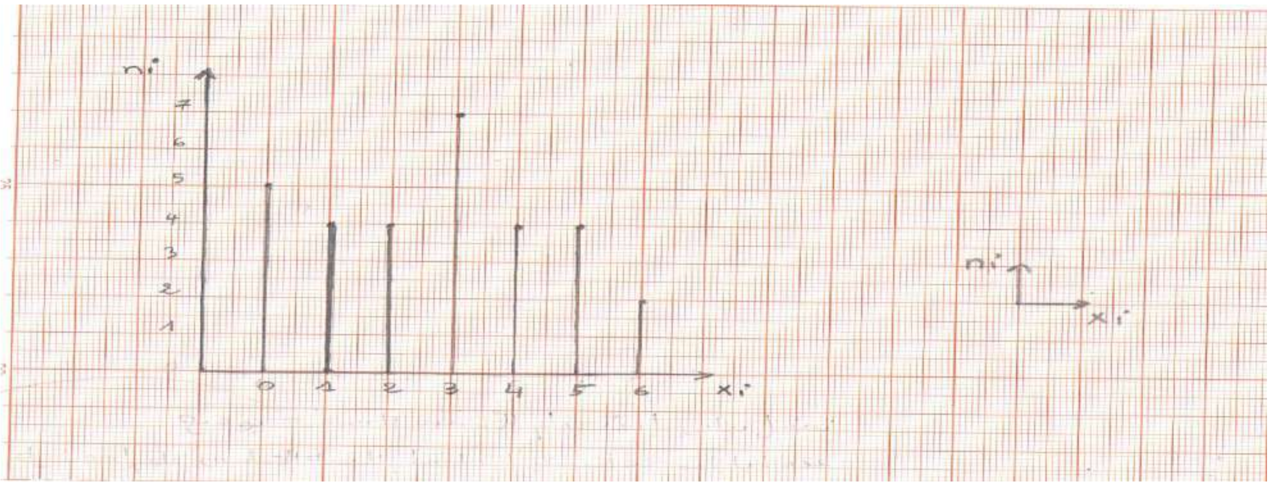
x_i تمثل المتغير الاحصائي ، n_i يمثل الوحدة الإحصائية (التكرار) ، N يمثل المجتمع الاحصائي (المجموع).

fi : التكرار النسبي ، fi% التكرار النسبي المئوي ، Δn_i↗ : التكرار التجمعي الصاعد ، Δ fi ↗ : التكرار التجمعي الصاعد النسبي ، Δfi% ↗ التكرار التجمعي الصاعد النسبي المئوي ، Δni ↙ : التكرار التجمعي النازل ، Δ fi ↙ : التكرار التجمعي النازل النسبي ، Δfi% ↙ : التكرار التجمعي النازل النسبي المئوي .

ثالثا : تقديم قراءات للجدول

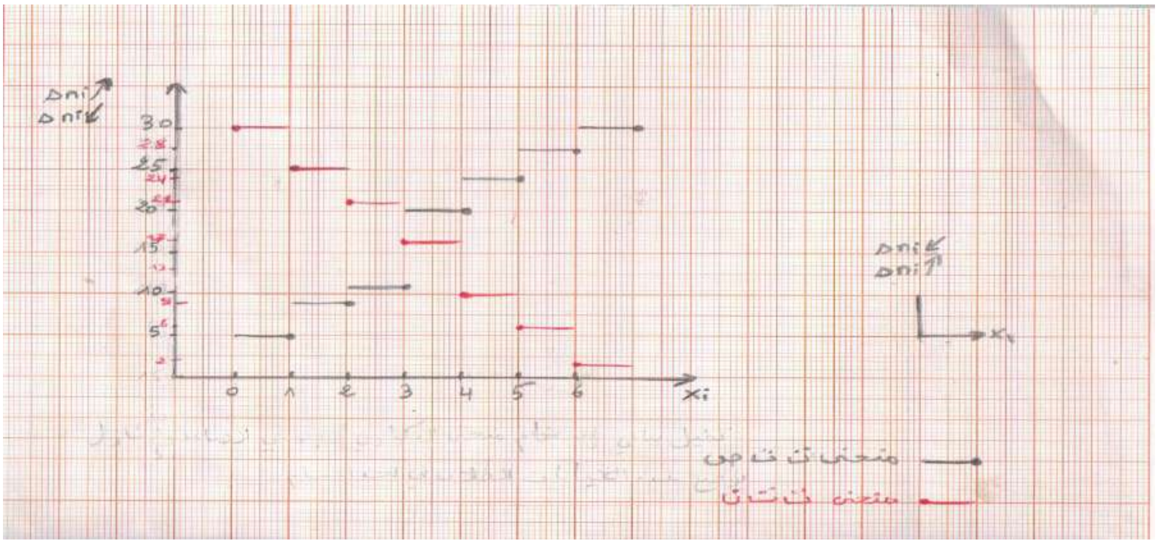
N	مجموع التكرارات = 30	مجموع الطلاب الذين تغيبوا في احد اقسام السنة الاولى علوم اقتصادية = 30.
n_5	تكرار القيمة الخامسة =4	4 طلاب تغيبوا 4 مرات
Δn_3 ↗	التكرار التجمعي الصاعد للقيمة الأولى و الثانية و الثالثة =13	13 طالبا كانت غياباتهم من 0 غياب الى 2 غيابات . او 13 طالبا غياباتهم اقل من او تساوي 2 غيابات
Δn_3 ↙	التكرار التجمعي النازل من القيمة 3 للقيمة 7 = 21	21 طالبا غياباتهم أكبر من أو يساوي 2 غيابات أو 21 طالبا غياباتهم من 2 غياب الى 6 غيابات .

رابعا : التمثيل البياني



تمثيل بياني باستخدام الاعمدة البسيطة يوضح عدد غيابات الطلاب في احدى اقسام السنة الاولى علوم اقتصادية.

ب_ منحنى التكرار التجمعي الصاعد و النازل



تمثيل بياني باستخدام منحنى التكرار التجمعي الصاعد و منحنى التكرار التجمعي النازل يوضح عدد غيابات الطلاب في احدى اقسام السنة الاولى علوم اقتصادية.

5.2.3.1 حل التمرين الخامس

أولا :

_ المجتمع الاحصائي : 50 عاملا في مصنع معين

_ الوحدة الإحصائية : عامل

_المتغير الإحصائي : أجور العمال

ثانيا : حساب المدى العام

المدى العام = 50.6 −18 = 32.6

التفسير : الفرق بين اعلى اجر و أقل أجر هو 32.6 الف دينار جزائري .

ثالثا : رسم جدول توزيع تكراري : رسم جدول توزيع تكراري لمجموعة من معطيات كبيرة للمتغير الكمي يلزم جمع هذه المعطيات على شكل فئات ، لذلك يجب إيجاد عدد الفئات و طولها .

_ **عدد الفئات :** يمكن إيجاد عدد الفئات باستخدام معادلة سترنجرس $K = 1 + 3,322\log(N)$

حيث K تمثل عدد الفئات

N يمثل المجتمع الاحصائي (عدد العمال).

$$K = 1 + 3,322\log(50) = 7$$

عدد الفئات = 7 (بالتقريب)

_ طول الفئة :

طول الفئة = المدى العام / عدد الفئات = 32.6 / 7 ، و منه **طول الفئة = 5 (بالتقريب)**

جدول توزيع تكراري يوضح أجور عمال مؤسسة ما

$\Delta n \swarrow$	$\Delta n \nearrow$	ni	xi
50	11	11	[18 23[
39	16	5	[23 28 [
34	21	5	[28 33[
29	28	7	**[33 38[**
22	**34**	6	[38 43[
16	40	**6**	[43 48[
10	50	10	[48 53[
/	/	50	Σ

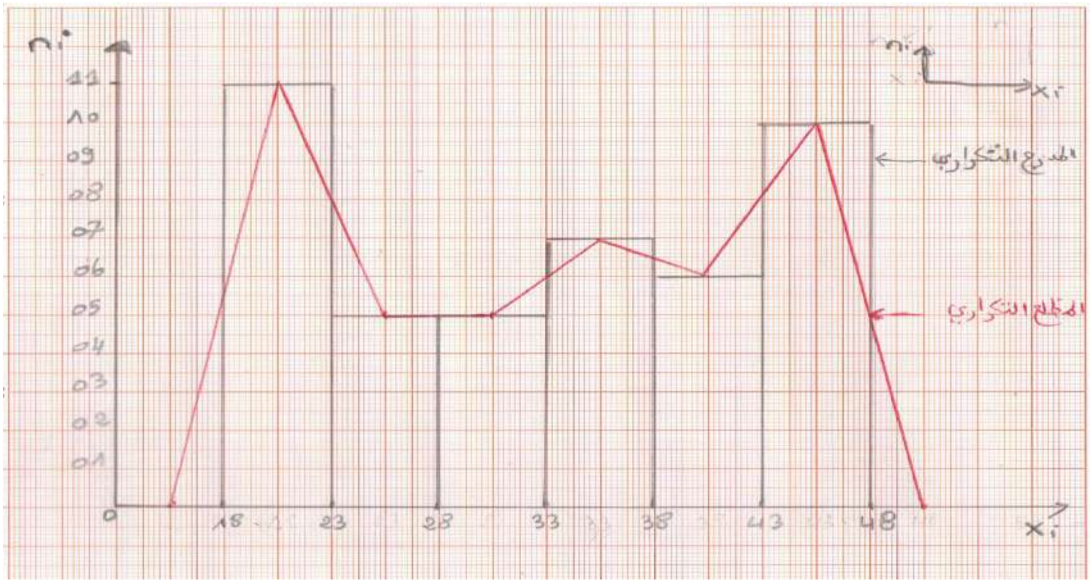
المصدر : مثال افتراضي

رابعا : قدم قراءة للفئة الرابعة ، n_6 ، $\Delta n_5 \nearrow$ ، $\Delta n_5 \swarrow$

الفئة الرابعة	**[33 38[**	الاجر **أكبر من او يساوي 33** ألف دينار جزائري و **اقل تماما من 38 ألف دينار جزائري .**
n_6	تكرار الفئة السادسة = 6	**6 عمال** اجورهم **اكبر من او يساوي 43 الف دينار جزائري و اقل تماما من 48 ألف دينار جزائري .**

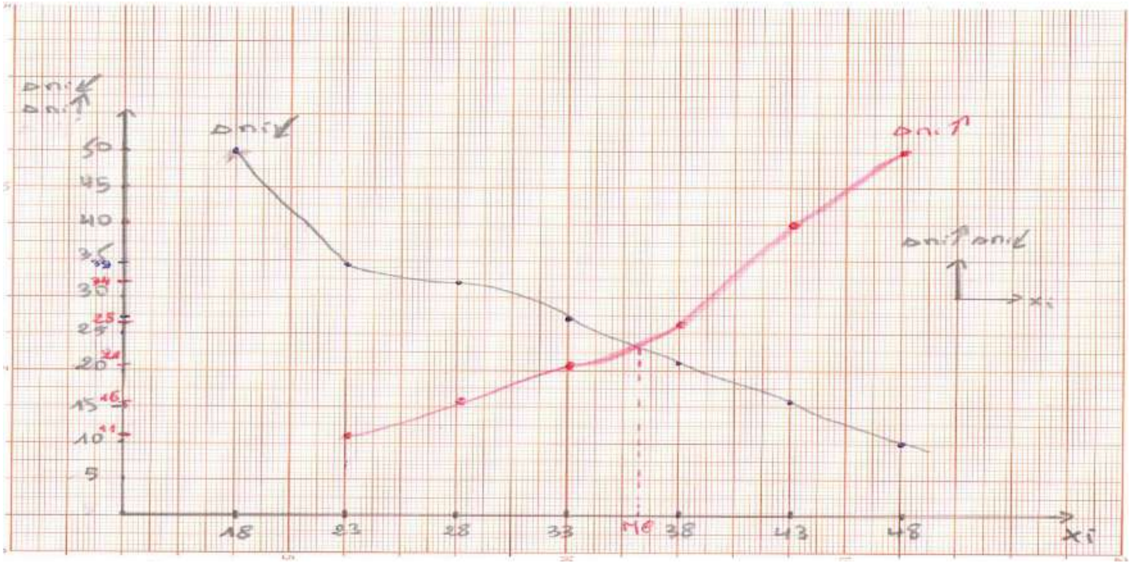
Δn_5 ↗	التكرار التجمعي الصاعد من الفئة 1 الى الفئة 5 = 34	34 عاملا اجورهم اقل تماما من **43 الف دينار جزائري و اكبر من او يساوي 18 الف دينار جزائري .**
Δn_5 ↙	التكرار التجمعي النازل من الفئة 1 الى الفئة 5 = 22	22 عاملا اجورهم **اكبر من او يساوي 38 الف دينار جزائري و اقل تماما من 53 الف دينار جزائري .**

خامسا : رسم المدرج التكراري و المضلع التكراري في نفس التمثيل البياني .



تمثيل بياني باستخدام المدرج التكراري و المضلع التكراري تمثل أجور 50 عاملا في مصنع معين .

سادسا : مثل بيانيا التكرارات التجمعية الصاعدة و النازلة



تمثيل بياني باستخدام منحنى التكرار التجمعي الصاعد و منحنى التكرار التجمعي النازل تمثل أجور 50 عاملا في مصنع معين .

6.2.3.1 حل التمرين السادس

أولا : إيجاد عدد الفئات

_ **المدى العام** = 20−2 = 18

تفسير المدى العام : الفرق بين اعلى علامة و اقل علامة هو 18 نقطة .

_ **عدد الفئات** = المدى العام / طول الفئة

من خلال معطيات التمرين فان طول الفئة = 5 ، و بالتالي فان :

عدد الفئات = 18 / 5

=3.6 (بالتقريب = 4)

ثانيا : تنظيم المعلومات على شكل جدول تكراري

جدول تكراري يوضح علامات الطلبة في مادة الاحصاء

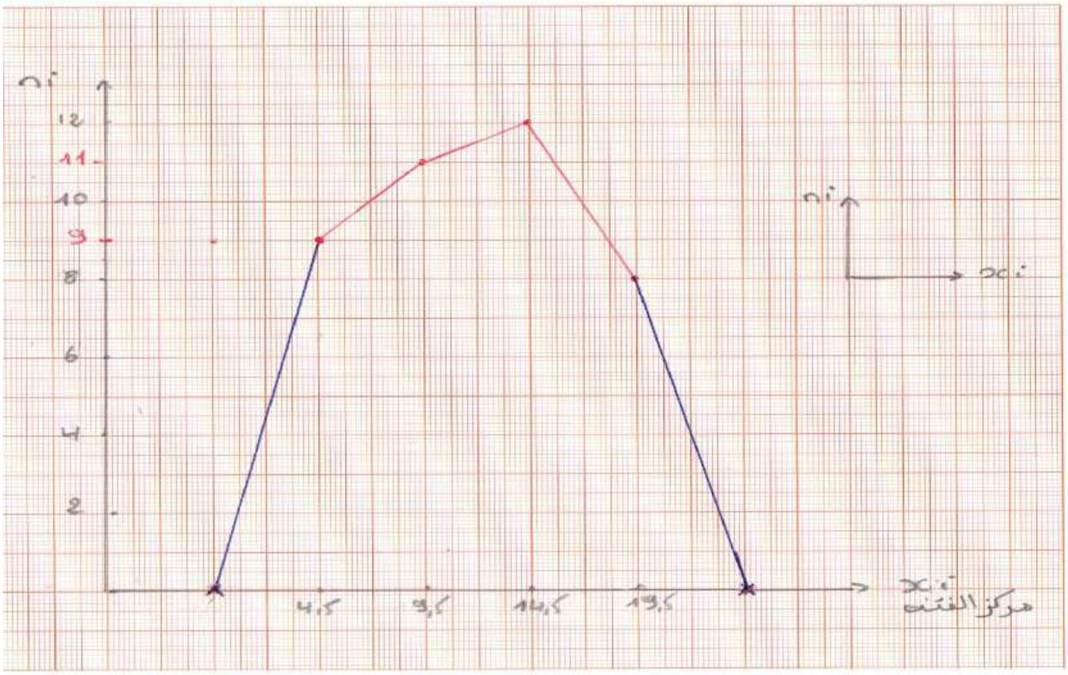
xi	ni	(مركز الفئة)xi	$\Delta n \nearrow$	$\Delta n \swarrow$
[2 7[	9	**(7+2)/2=4.5**	9	40
[7 12[	**11**	**9.5**	**20**	**31**
[12 17[	12	14.5	32	20
[17 22[	8	19.5	40	8
Σ	40		/	/

المصدر : مثال افتراضي

ثالثا : قدم قراءة للفئة الثانية n_2، ، $\Delta n_2 \nearrow$ ، $\Delta n_2 \swarrow$

الفئة الثانية	[7 12[	الفئة الثانية علامات الطلاب فيها اكبر من او يساوي 7 و أقل تماما من 12 .
n_2	تكرار الفئة الثانية = 11	11 طالبا علاماتهم اكبر من او يساوي 7 و أقل تماما من 12 .
$\Delta n_2 \nearrow$	التكرار التجمعي الصاعد من الفئة 1 الى الفئة 2 = 20	20 طالبا علاماتهم اكبر من او يساوي 2 و أقل تماما من 12
$\Delta n_2 \swarrow$	التكرار التجمعي النازل من الفئة 1 الى الفئة 2 = 31	31 طالبا علاماتهم أكبر من او يساوي تماما 7 و اقل تماما من 22 .

رابعا : التمثيل البياني



تمثيل بياني باستخدام المضلع التكراري يوضح علامات الطلبة في مادة الإحصاء

7.2.3.1 حل التمرين السابع

يمثل التوزيع التالي الراتب الشهري ل 30 عائلة ، الوحدة هي 10^3 دج

xi	ni
[4 8 [	4
[8 12 [	10
[12 16 [	14
[16 20 [	2
Σ	**30**

المصدر : مثال افتراضي

حساب و تفسير ما يلي :

أولا : $F(X\langle 15)$; $f(X\langle 15)$; $f\% (X\langle 15)$

$F(X \langle 15)$: هذا يعني ان نبحث عن تكرارات جميع القيم الأقل من 15

القيمة 15 تتواجد في الفئة الثالثة] 16 12]، إضافة الى تكرار الفئة] 12 8[=10

و تكرار الفئة] 8 4[= 4

اذا **التعديل التكراري** يكون في الفئة **] 16 12]**

$$[12 \quad 16[\; = \; 4 \rightarrow 14$$

$$\Big\} \; ni' = \frac{3 X 14}{4} = 10.5$$

$$[12 \quad 15[\; = \; 3 \rightarrow ni'?$$

حيث : 4 تمثل **طول الفئة**] 16 12]

14 تمثل **تكرار الفئة**] 16 12]

3 تمثل طول الفئة] 15 12]

'ni التكرار الذي نبحث عنه

$$F(15\langle X) = 10.5 + 10 + 4 = 24.5$$

$f(15\langle X) = \frac{24.5}{30} = 0.82$ التكرار النسبي

$f\% (15\langle X) = \frac{24.5}{30} X 100 = 82\%$ التكرار النسبي المئوي

التفسير : تقريبا 25 من العمال اجورهم اقل تماما 15 ألف دج

ثانيا : $F(X\leq15)$

$[12 \quad 16[= 4 \rightarrow 14$

$\Big\}\ ni- = \frac{4 X 14}{4} = 14$

$[12 \quad 15] = 4 \rightarrow ni-?$

$F(15\leq X) = 14 + 10 + 4 = 28$

التفسير : 28 عامل اجورهم اقل من او يساوي 15 ألف دج

ثالثا : $f\%(4\leq X\leq 11)$; $f(4\leq X\leq 11)$; $F(4\leq X\leq 11)$

$F(4\leq X\leq 11)$: هذا يعني ان نبحث عن جميع التكرارات الواقعة بين القيم 4 و القيمة 11

نلاحظ أن البحث عن تكرار في هذه الحالة موزع على فئتين هما : [4 8] و تكرارها = 4 ،

اما **القيمة 11** نجدها في الفئة] 8 12 [و **هنا نقوم بالتعديل التكرار**

$[8 \quad 12[= 4 \rightarrow 10$

$\Big\}\ ni' = \frac{4 X 10}{4} = 10$

$[8 \quad 11] = 4 \rightarrow ni-?$

$\mathbf{F(4\leq X\leq 11) = 4+10 = 14}$

$\mathbf{f(4\leq X\leq 11)} = \frac{14}{30} = 0.4667$

$\mathbf{f\%(4\leq X\leq 11)} = \frac{14}{30} X\ 100 = 46.67\%$

التفسير : تقريبا 14 عاملا اجورهم أكبر من او يساوي 4 الاف دج و اقل من او يساوي 11 ألف دج

رابعا : $F(X\geq 14); f (X \geq 14)$; $f\%(X \geq 14)$

$F (X\geq 14)$: هذا يعني ان نبحث عن جميع القيم الأكبر من او تساوي 14

نلاحظ ان القيم توقع في الفئتين التاليتين : الفئة] 16 12] و التي يقع فيها التعديل التكرار لان القيمة 14 تقع فيها ، و الفئة] 20 16 [التي تكرارها = 2 .

[12 16 [= 4 → 14

$$\} ni' = \frac{2 X 14}{4} = 7$$

[14 16 [= 2 → ni -?

$F (X\geq 14) = 7+2 = 9$

$f (14) = \frac{9}{30} = 0.3$

$f\%(X \geq 14) = 30\ \%$

التفسير : 9 من العمال اجورهم أكبر من او يساوي14 ألف دج .

خلاصة الفصل

تم توضيح من خلال هذا الفصل ان الإحصاء الوصفي يسعى الى تسهيل قراءة البيانات التي تم جمعها بطرق مختلفة و من مصادر مختلفة ، و لقراءة هذه البيانات يستلزم عرضها بشكل مبسط و ذلك باستخدام جدول تفريغ البيانات ، الجدول التكراري و التمثيلات البيانية و هذه الأخيرة تختلف باختلاف نوع المتغير الاحصائي المدروس من متغير نوعي الى متغير كمي منفصل او متصل .

الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد

ان جمع البيانات و تبويبها و تمثيلها بيانيا لا يكفي لوصف مجتمع الدراسة ، بل نحتاج الى مقاييس نستخدمها لقراءة ادق للبيانات و من بين هذه المقاييس نجد مقاييس النزعة المركزية ، و لفهم مقاييس النزعة المركزية يجب استيعاب المصطلحات بالشكل السليم و هذا ما يسهل قراءة صحيحة للنتائج ، و تشمل مقاييس النزعة المركزية على :

- الوسط الحسابي
- الوسيط
- شبيهات الوسيط (الربيعيات ، العشيريات و المئيات)
- المنوال .

1.2 : مفاهيم عامة

1.1.2 : مفهوم النزعة المركزية

احصائيات النزعة المركزية و تسمى أيضا **بالمتوسطات** و أهم هذه المتوسطات الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال ، و نتمكن بواسطتها من تحديد موقع النقطة التي تتمحور حولها كافة القيم [14]، [15] فالهدف الأساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها .

2.1.2 : المتوسط الحسابي

هو اشهر مقاييس النزعة المركزية و يرمز له بالرمز $\overline{X}$ ،و يمكنه تعريفه على انه يساوي مجموع قيم المفردات مقسما على عددها[16] كما ان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو القيمة التي لو اعطيت لكل مفردة في المجموعة لكان مجموع قيم المفردات الجديدة مساو لمجموع قيم المتغيرات[17] ، و يمكن حسابه بالطرق التالية التي تختلف حسب اختلاف نوع البيانات :

أولا : الطريقة المباشرة

أ _ حساب الوسط الحسابي من البيانات المفردة (الغير مبوبة) : يستعمل الوسط الحسابي البسيط في حالة بيانات غير مبوبة ، أي عندما يكون لقياسات المتغير المدروس نفس المستوى من الأهمية ، مثلا عندما يكون

---

[14] نبيل جمعة صالح النجار : مرجع سبق ذكره ص 87.

[15] محمد مفيد القومي : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي ، مركز الكتاب الأكاديمي ، الاردن ، 2013 ، 119 .

[16] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 35 .

[17] المرجع نفسه ، ص 87 .

لديك 4 مواد لها نفس المعامل بمعنى نفس الأهمية فإننا نستعمل الوسط الحسابي البسيط ، و يحسب بالمعادلة التالية :

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ...+ X_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$$

حيث ان :

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي ، Xi = المفردات ، N= عدد المفردات

ب_ الوسط الحسابي المرجح : يستعمل الوسط الحسابي المرجح في حالة البيانات الغير مبوبة ، أي عندما يكون لقياسات المتغير المدروس بمستويات مختلفة (معنى تكرارات مختلفة) .

حيث اذا كان المتغير X يأخذ القيم التالية $X_1,X_2,X_3,....X_K$ ، بأوزان $n_1,n_2,n_3,....n_k$ على التوالي ، فإن الوسط الحسابي المرجح لهذه القيم هو[18] : $\overline{X} = \frac{X1n1+X2n2+X3n3+\cdots+XKnk}{n1+n2+n3+\cdots nk}$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

ج_ المتوسط الحسابي في حالة توزيع تكراري: تعتمد هذه الطريقة على مراكز الفئات التي يفترض أنها تمثل الفئات التي أخذت منها، ويكون المتوسط الحسابي في هذه الحالة يساوي إلى مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات في تكرارها على مجموع التكرارات[19].

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

[18] شفيق العتوم : طرق الإحصاء باستخدام SPSS ، دار المناهج للنشر و التوزيع ، الأردن ، 2015 ، ص 112.

[19] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص 42.

حيث:

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

x_i = تمثل مراكز الفئات.

n_i = تكرار الفئات.

$\sum n_i$ = مجموع التكرارات.

ثانيا : طريقة الانحراف حول وسط فرضي : الغرض من هذه الطريقة هو تسهيل الحسابات و هذا باختبار وسطا فرضيا من الأفضل ان يكون هذا الوسط اقرب ما يمكن من وسط حقيقي للسلسة الإحصائية [20].

أ_ طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة البيانات الغير مبوبة :

$$\overline{X} = A + \sum_{i=1}^{N} \frac{di}{N}$$

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

A : الوسط الفرضي

di : انحراف القيمة عن الوسط الفرضي A ، بمعنى

di=Xi−A

ب_ طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة بيانات مبوبة :

$$\boxed{\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} n_1 (x_i - A)}{\sum n_i}}$$

[20] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 37.

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

A : الوسط الفرضي

xi : مركز الفئة

ثالثا : خصائص المتوسط الحسابي[21]

_ مجموع انحرافات القيم حول وسطها الحسابي يساوي صفر

_ الوسط الحسابي لمجموع ظاهرتين يساوي مجموع الوسط الحسابي للظاهرة الأولى و الوسط الحسابي للظاهرة الثانية

_ الوسط الحسابي لقيمة ثابتة يساوي القيم الثابتة نفسها

_الوسط الحسابي لجداء مجموعة قيم و عدد ثابت يساوي جداء الوسط الحسابي للقيم و قيمة العدد الثابت

_ يتأثر الوسط الحسابي بوجود قيم متطرفة .

_ يتعذر حساب الوسط الحسابي في الجداول المفتوحة

_ لا يمكن تحديد الوسط الحسابي بيانيا

3.1.2 : الوسيط Me

أولا : تعريف الوسيط : هو مقياس من مقاييس النزعة المركزية و هو المشاهدة التي يكون مجموع التكرارات التي تسبقها مساو لمجموع التكرارات التي تليها و بلغة المئينات يكون الوسيط هو المئين خمسين [22].

---

[21] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 40 _41.
[22] كامل فليفل و فتحي حمدان : الإحصاء ، دار المناهج ، الأردن ، 2006 ، ص 52.

ثانيا : إيجاد قيمة الوسيط

أ_ إيجاد الوسيط في حالة قيم مفردة [23] : لإيجاد الوسيط في حالة المفردات و التي عددها n ، ***نرتب هذه المشاهدات تصاعديا*** و يكون :

- في حالة عدد القيم مفرد فان الوسيط يقابل الرتبة : $\frac{n+1}{2}$
- في حالة عدد القيم زوجي فان الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$

ب_ إيجاد الوسيط لبيانات متكررة: إذا كانت البيانات المراد حساب الوسيط لها متكررة (لها تكرارات) فيجب إتباع الخطوات التالية [24]:

- نحسب التكرار المتجمع الصاعد لقيم الظاهرة.
- نحدد ترتيب الوسيط $\frac{N}{2}$ (حيث N = مجموع التكرارات).
- نبحث عن القيمة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من $\frac{N}{2}$ مباشرة وهي القيمة التي تمثل الوسيط.

ج_ إيجاد الوسيط في حالة توزيع تكراري :في هذه الحالة يحسب الوسيط بإتباع الخطوات التالية :

_ تحديد التكرار التجمعي الصاعد او النازل

_ تحديد **ترتيب الوسيط** و هو عبارة عن نصف مجموع التكرارات $\frac{N}{2}$.

_ تحديد فئة الوسيط أي الفئة التي يقع فيها الوسط ، و هي الفئة التي تقابل التكرار التجمعي الصاعد (النازل) الذي يساوي ترتيب الوسيط الأكبر (الأصغر) منه مباشرة .

---

[23] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص 58.

[24] جيلالي جلاطو : مرج سبق ذكره ، ص 50 .

_ تحديد و حساب الوسيط بتطبيق العلاقة الإحصائية للوسيط كما يلي $Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K$

حيث :

$\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

L_1 : الحد الأدني للفئة الوسيطية

N_0 : يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية

N_e : يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية

K : طول الفئة الوسيطية

ثالثا : خصائص الوسيط و عيوب الوسيط [25]

أ _خصائص الوسيط

_ يتغير الوسيط كلما غيرنا اطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري اذن يتميز الوسيط بعدم الثبات .

_ لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة او الشاذة.

_ يقسم المدرج التكراري الى مساحتين متساويتين.

يستعمل الوسيط في عدة مجالات منها دراسة الأجور و الأسعار ، في نظرية أخطاء القياس ، في دراسة الوفيات ، في دراسة المدة المتوسطة للحياة ...اخ .

[25] جيلالي جلاطو : مرجع سبق ذكره ، ص 52.

ب_ عيوب الوسيط [26]

_ حساس بالنسبة للقيم الوسيطة

_ اذا كان عدد المشاهدات قليل فالوسيط يمكن الا يعبر بصورة واضحة صحيحة عن مركز تجمعات المشاهدات .

4.1.2 : شبيهات الوسيط

تشمل مقاييس الموقع المماثلة لوسيط : **الربيعيات** و تشمل على (الربيعي الأول Q1 ، الربيعي الثاني Q2 ، الربيعي الثالث Q3 و الربيعي الرابع Q4) ، أيضا **العشريات** و تشمل على (العشر الأول D1، العشر الثاني D2 ، ..... العشر العاشر D10)، أيضا **الميئيات** و تشمل على (الميئي الأول P1، الميئي الثانيP2 ،.....، الميئي مئة P100)[27] **.و تحسب جميع هذا المقاييس باستخدام معادلة إيجاد قيمة الوسيط ، و يتغير فقط طريقة احتساب الرتبة .**

أ_ الربيعي يقسم المجتمع الى أربعة اقسام

_ رتبة الربيعي الأول = $\frac{N}{4}$ يفسر 25 % من المجتمع .

_ رتبة الربيعي الثاني = $\frac{2N}{4}$ ، و بالتالي فهي تمثل رتبة لوسيط Me و قيمته و تفسر 50 % من المجتمع .

_ رتبة الربيعي الثالث= $\frac{3N}{4}$ ، و يفسر 75 % من المجتمع .

[26] نبيل جمعة صالح النجار : مرجع سبق ذكره ، ص 102 .

[27] شفيق العتوم : مرجع سبق ذكره ، ص 142 .

رتبة الربيعي الرابع = $\frac{4N}{4}$= N ، و يفسر 100 % من المجتمع .

ب_ العشيري يقسم المجتمع الى عشرة اقسام

_ رتبة العشير الأول = $\frac{N}{10}$ يفسر 10 % من المجتمع .

_ رتبة العشير الثاني = $\frac{2N}{10}$ يفسر 20 % من المجتمع .

_ رتبة العشير الخامس = $\frac{5N}{10}$ و بالتالي فهو يساوي الوسيطMe يفسر 50% من المجتمع .

_ رتبة العشير العاشر $\frac{10N}{10}$و بالتالي = N و يفسر **100** % من المجتمع .

ج_ الميئي يقسم المجتمع الى مئة جزء

_ **رتبة الميئي الاول** = $\frac{N}{100}$ يفسر 1 % من المجتمع .

_ رتبة الميئي الخمسين $\frac{50N}{100}$= و بالتالي فهو يساوي الوسيطMe، يفسر 50% من المجتمع.

_ رتبة الميئي مئة = $\frac{100N}{100}$ و بالتالي = N و يفسر 100 % من المجتمع .

5.1.2 : المنوال

أولا : تعريف المنوال M_O: هو القيمة الأكثر شيوعا او تكرار ، حيث [28]:

- يمكن ان يكون هناك منوال واحد
- اذا لم يتكرر أي عدد نقول لا يوجد منوال

[28] سهيل احمد سمحان و محمود حسين الوادي : مرجع سبق ذكره ، ص 82

– اذا تكررت جميع القيم بنفس عدد المرات فلا يوجد منوال

ثانيا : إيجاد المنوال حسابيا

أ _ يحسب المنوال في البيانات الغير مبوبة باختيار **القيمة او القيم** التي تحتوي على **اكبر تكرار .**

ب _ يحسب المنوال في البيانات المبوبة بإيجاد الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكرار ، حيث نستخدم طريقة بيرسون لاحتساب المنوال كما يلي : $M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K$

L_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها

d2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها

K : طول الفئة المنوالية

ثالثا : المنوال بيانيا

_ في حالة القيم المفردة و نوع المتغير كمي متقطع يرسم المنوال باستخدام الاعمدة البسيطة ، العمد الأكثر طولا يمثل المنوال .

_ في حالة متغير نوعي ، يرسم المنوال باستخدام المستطيلات المتباعدة ، المستطيل الأكثر طولا يمثل الموال ، كما يمكن ان يرسم باستخدام الدائرة ، الجزء من الدائرة الأكثر اتساعا يمثل المنوال .

_ في حالة متغير كمي مستمر يرسم النوال بيانيا من خلال رسم المدرج التكراري للفئة المنوالية وللفئتين التي قبلها والتي بعدها. نقوم بعد ذلك بإيصال نهاية المستطيل للفئة المنوالية من الناحية اليسرى بنهاية المستطيل للفئة التي بعدها من الناحية اليسرى. كذلك نهاية المستطيل للفئة المنوالية من الجهة اليمنى بنهاية المستطيل

للفئة التي قبلها من الجهة اليمنى ، ومن نقطة التقاطع المستقيمين ننزل عمودا على المحور الأفقي فتكون نقطة تقاطع هذا العمود المحور مع المحور الأفقي هي قيمة المنوال [29].

_ في حالة طول الفئات غير متساوية نلجأ الى التعديل التكرار قبل رسم المنوال .

_ التعديل التكراري يكون كما يلي "

$ni' = \frac{ni}{li} l'$ ، **حيث** :

ni' تمثل التكرار المعدل ، ni يمثل التكرار الأصلي للفئة ، li طول الفئة الأصلي ، l' يمثل طول الفئة المرجعية يتم تعينه بأخذ أصغر طول فئة في الجدول .

رابعا : مميزات المنوال و عيوب المنوال

أ_ مميزات المنوال

_ يمكن حساب المنوال من الجداول الإحصائية المفتوحة

_ لا يتأثر المنوال بالقيم المتطرفة و الشاذة

_ يعتبر المنوال افضل المتوسطات لتمثيل البيانات الغير رقمية

_ يمتاز بسهولة حسابه سواءا بالرسم او عن طريق المعادلة الحسابية

ب_ عيوب المنوال

_ يتأثر المنوال بطول الفئة كما يتأثر بعدد الفئات

[29] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص ص 64

_ لا يدخل في حساب المنوال كل القيم

_ في بعض الأحيان لا يوجد منوال حيث لا يتكرر أي من القيم اكثر من مرة و في أحيان أخرى يكون هناك اكثر من منوال .

_ لا يستحسن استخدام المنوال من البيانات كثيرة الالتواء .

6.1.2 : العلاقة بين الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال

$$M_O = 3Me - 2\overline{X}$$

يقع الوسيط في كل الحالات بين الوسط الحسابي و المنوال و ذلك حسب الحالات التالية :

الحالة الأولى : تكون قيم المقاييس الثلاثة متساوي $\overline{X}$ =Me=Mo و في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل او متناظر .

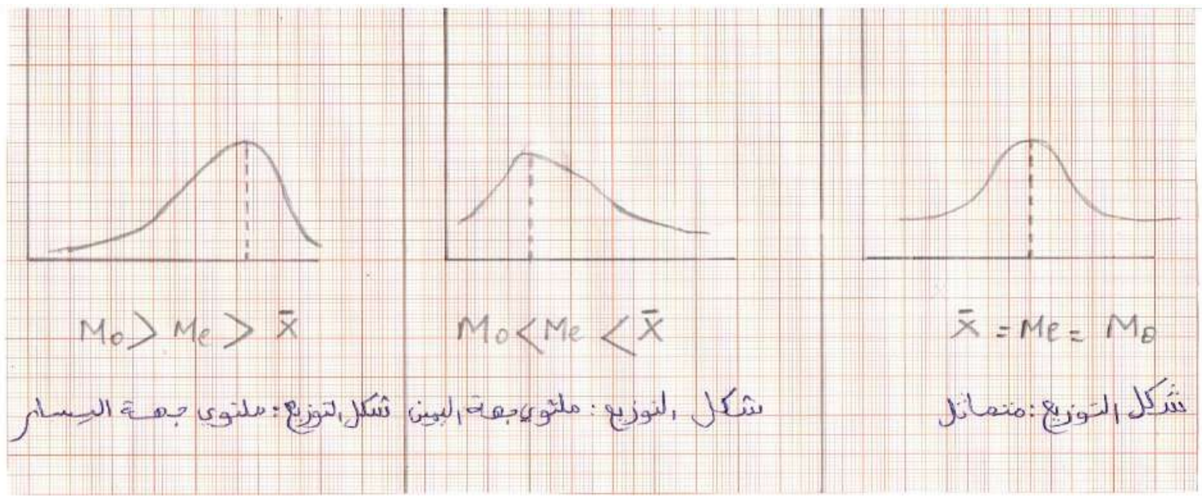
الحالة الثانية : عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليمين تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي:Mo⟨Me⟨ $\overline{X}$

الحالة الثالثة : عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليسار تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي:Mo⟩Me⟩ $\overline{X}$

تحديد شكل توزيع البيانات

يمكن استخدام الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال في تحديد شكل المنحنى التكراري كما يلي [30]:

[30] ولاء احمد الفزار و اخرون : علم الإحصاء ، المعهد التقني ، نينوى ، 2014 ، ص 57.



تمثيل بياني يوضح شكل توزيع البيانات

2.2 : تمارين و حلول

1.2.2 : التمارين

1.1.2.2 التمرين الأول

لتكن لدينا القيم التالية : 2،3،5،6،8،9،10،11،14،15

أ_ احسب المتوسط الحسابي باستخدام الطريقة المباشرة .

ب_ أحسب المتوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

2.1.2.2التمرين الثاني

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عاملا حسب الدخل الشهري (10^3 دج).

Xi	ni
[09 14[	15
[14 19[	11
[19 24[	9
[24 29 [	10
[29 34[	5
Σ ni	**50**

المصدر : مثال افتراضي

أ_ احسب المتوسط الحسابي بالطريقة المباشرة .

ب_ أحسب المتوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

3.1.2.2 التمرين الثالث

يمثل التوزيع التالي 140 عاملا حسب اجورهم اليومية :

45 % منهم يتقاضون اجرا يوميا مقداره 650 دج/ للعامل .

30 % منهم يتقاضون اجرا يوميا مقداره 400 دج/ للعامل .

25 % منهم يتقاضون اجرا يوميا مقداره 200 دج/ للعامل .

_ اوجد المجتمع الاحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الاحصائي، نوعه .

_ أوجد متوسط الاجر اليومي

4.1.2.2 التمرين الرابع

البيانات التالية تمثل علامات11 طالبا في امتحان مقياس الاقتصاد الجزئي : 13؛10؛16؛9؛14؛12؛7؛6؛ ؛ 5 ؛15؛17.

المطلوب : أ_ أوجد الوسيط و فسره / ب _ اوجد الربيعي الأول و فسره/ ج _ اوجد الربيعي الثالث و فسره

5.1.2.2 التمرين الخامس

تبين السلسلة الإحصائية التالية اوزان 10 رجال : 68 ؛ 100؛ 96 ؛ 101 ؛ 95 ؛ 86 ؛ 75 ؛ 80، 99؛ 79

المطلوب : أ _ أوجد رتبة الوسيط

ب_ أوجد قيمة الوسيط و فسره .

6.1.2.2 التمرين السادس

الجدول التكراري التالي يمثل أعمار 60 عاملا

xi	30 35	35 40	40 45	45 50	50 55
ni	20	15	10	10	5

المصدر : مثال افتراضي

_ اوجد المجتمع الاحصائي و الوحدة الإحصائية و المتغير الاحصائي

_ احسب قيمة الوسيط و فسره

_ اوجد قيمة الوسيط بيانيا بطريقتين

_ اوجد قيمة الربيعي الأول و فسره

_ اوجد قيمة الربيعي الثالث و فسره

7.1.2.2 التمرين السابع

الجدول التكراري التالي يبين اطوال 40 تلميذا في احدى المدارس

Xi	100 109	109 118	118 127	127 136	136 145	145 154	154 163	Σ
ni	1	1	6	15	7	5	5	**40**

المصدر : مثال افتراضي

_ احسب قيمة الوسيط و فسره .

_ احسب : قيمة الربيعي الأول ، قيمة الربيعي الثاني و ماذا تلاحظ ، قيمة الربيعي الثالث و قيمة الربيعي الرابع ، مع التفسير .

_ احسب قيمة العشري التاسع ، مع التفسير.

_ احسب قيمة الميئي السبعون ، مع التفسير .

_ اوجد بيانيا : قيمة الربيعي الأول ، قيمة العشيري التاسع و قيمة الميئي سبعين.

8.1.2.2 التمرين الثامن

اوجد قيمة المنوال للقيم التالية :

أ_ 4 ،4 ،4 ،4 ،4 / ب_ 10،2،3،9،5 ،1،6،11

ج _ في استطلاع للرأي مكون من عبارات موافق بشدة ، موافق ، معارض ، محايد ، اذا كانت جميع الإجابات هي 30 %

لكل فئة ، فما هو المنوال ؟

د_ في استطلاع لرأي الطلاب حول اول أسبوع لهم دراسة في الجامعة كانت اجاباتهم كما يلي : 50 % معجبين بطريقة عرض المحاضرات ، 40 % لم تعجبهم طريقة عرض المحاضرات ، 10 % لم يبدوا آرائهم بسبب التغيب.

قدم قراءة لهذا الاستطلاع

9.1.2.2 التمرين التاسع

أ_ البيانات التالية التي تمثل عدد افراد عائلات : 7 ;10 ;2 ;3 ;2 ;9 ;9 ;5 ;7;2 ;9 ; 8 ;2 ;2

ب_ البيانات التالية التي تمثل عدد افراد عائلات: 9 ;10 ;2 ;9 ;2 ;9 ;9 ;5;5;;5 ;7;2 ;9 ;8; 8 ;2 ;2

_اوجد المجتمع الاحصائي الوحدة الإحصائية المتغير الاحصائي و نوعه لكلتا المجموعتين.

_ اوجد قيمة المنوال حسابيا و بيانيا .

10.1.2.2 التمرين العاشر

ليكن لدينا الجدول التالي الممثل لأطوال 50 تلميذا في احدى ثانويات مدينة قسنطينة (الوحدة بالسنتمتر)[31].

_ اوجد المجتمع الاحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الاحصائي و نوعه .

_ احسب قيمة المنوال و فسره

_ التمثيل البياني للمنوال

xi	ni
110 120	1
120 130	3
130 140	2
140 150	6
150 160	10
160 170	**24**
170 180	4
Σ	**50**

المصدر : مثال افتراضي

[31] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 50.

11.1.2.2 التمرين الحادي عشر

ليكن لدينا الجدول التكراري التالي يمثل اوزان 50 تلميذا في احدى ثانويات مدينة قسنطينة

xi	ni
55 60	6
60 65	15
65 75	5
75 85	14
85 90	10
Σ	50

المصدر : مثال افتراضي

_ اوجد المجتمع الاحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الاحصائي و نوعه .

_ إيجاد قيمة المنوال حسابيا و فسره

_ إيجاد قيمة المنوال بيانيا

12.1.2.2 التمرين الثاني عشر

يمثل التوزيع التالي الاقدمية بالأشهر لمجموعة من العمال

Xi	ni
18 22	05
22 26	08
26 30	16
30 34	08
34 38	05
Σ	42

المصدر : مثال افتراضي

أ _ احسب قيمة الوسط الحساب و فسره

ب _ احسب قيمة المنوال و فسره

ج _ احسب قيمة الوسيط و فسره

د _ اوجد العلاقة بين الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال .

13.1.2.2 التمرين الثالث عشر [32]

إذا علمت أن قيمة الوسط الحسابي = 5 و قيمة الوسيط = 10 ، المطلوب : _ أحسب قيمة المنوال ، _ ماهو نوع منحنى التوزيع.

2.2.2 : حل التمارين

1 .2.2.2 حل التمرين الأول

من خلال القيم نلاحظ انها مفردة

أ_ حساب المتوسط الحسابي باستخدام الطريقة المباشرة .

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ...+ X_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$$

$$\overline{X} = \frac{2+3+5+6+8+9+10+11+14+15}{10} = \frac{83}{10} = 8.3$$

[32] محمد مفيد القومي : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي ، مركز الكتاب الاكاديمي ، عمان الأردن ، 2013 ، ص 138 .

المتوسط الحسابي= 8.3

ب_ أحسب المتوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

نختار الوسط الفرضي: A=11

$$\overline{x} = A + \sum_{i=1}^{N} \frac{di}{N}$$

A : الوسط الفرضي

di : انحراف القيمة عن الوسط الفرضي A ، بمعنى di=Xi−A

Xi	2	3	5	6	8	9	10	11	14	15	Σ
di=Xi−A	di=2−11 di = −**9**	−8	−6	−5	−3	−2	−1	0	3	4	−**27**

$$\overline{x} = 11 + \frac{-27}{10} \rightarrow \overline{x} = 8.3$$

المتوسط الحسابي = 8.3

2.2.2 .2 حل التمرين الثاني

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عاملا حسب الدخل الشهري (10^3 دج).

Xi	ni	xi	xini	xi−A	ni(xi−A)
[09 14[	15	11.5	172.5	11.5−26.5= −15	− 225
[14 19[	11	16.5	181.5	−10	− 110
[19 24[	9	21.5	193.5	−5	−45
[24 29 [	10	26.5	265	0	0

[29 34[	5	31.5	157.5	5	25
Σ	**50**		**970**		**-355**

المصدر : مثال افتراضي

أ_ حساب قيمة المتوسط الحسابي بالطريقة المباشرة .

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \qquad \overline{X}=\frac{970}{50} \qquad \overline{X}=19.4$$

_ التفسير : متوسط أجور 50 عاملا هو 19.5 الف دينار جزائري

ب_ حساب قيمة المتوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

نختار **A=26.5**

$$\boxed{\overline{X}=A+\frac{\sum_{i=1}^{n} n_1(x_i-A)}{\sum n_i}} \qquad \boxed{\overline{X}=26.5+\frac{-355}{50}} \qquad \boxed{\overline{X}=19.5}$$

_ التفسير : متوسط أجور 50 عاملا هو 19.5 الف دينار جزائري

3. 2.2.2 حل التمرين الثالث

المجتمع الاحصائي : 140 عاملا ، الوحدة الإحصائية : عامل ، المتغير الاحصائي : الاجر اليومي ، نوع المتغير الاحصائي : كمي مستمر .

أولا _ايجاد التكرارات المطلقة

$$\mathbf{n1}=\frac{140\ X\ 25}{100}=\mathbf{35}$$

$$\mathbf{n2}=\frac{140\ X\ 30}{100}=\mathbf{42}$$

$$\mathbf{n3}=\frac{140\ X\ 45}{100}=\mathbf{63}$$

جدول توزيع تكراري يوضح الاجر اليومي للعمال

xi	ni	nixi
200	35	7000
400	42	16800
600	63	37800
Σ ni	**140**	**61600**

المصدر : مثال افتراضي

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \rightarrow \overline{X} = \frac{61600}{140} \rightarrow \overline{X} = 440$$

التفسير : متوسط الاجر اليومي للعمال هو 440 دج .

4.2.2.2 حل التمرين الرابع

أولا : ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا

Xi	5	6	7	9	10	**12**	13	14	15	16	17
الرتبة	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11

المصدر : مثال افتراضي

ثانيا : نلاحظ ان عدد القيم مفرد = 11

أ_ حساب الوسيط

_ بما ان عدد القيم فردي نطبق العلاقة التالية $Me = \frac{n+1}{2}$

_ حساب **<u>رتبة الوسيط</u>** $Me = \frac{11+1}{2} = \mathbf{6}$

_ إيجاد **قيمة الوسيط** ، نلاحظ ان **الرتبة 6** تقابلها **القيمة 12. اذا الوسيط = 12**

التفسير : القيمة 12 هي القيمة التي تقسم المجتمع (11 طالبا) الى قسمين متساويين ، بمعنى 50 % من الطلاب علاماتهم **اقل من** 12 و 50 % من الطلاب علاماتهم **اكبر من** 12 .

ب_ حساب قيمة الربيعي الأول و تفسيره

_ بما ان عدد القيم فردي نطبق العلاقة التالية $Q1 = \frac{n+1}{4}$

_ حساب **رتبة الربيعي الاول** $Q1 = \frac{11+1}{4} = 3$

_ إيجاد قيمة **الربيعي الاول** ، نلاحظ ان **الرتبة 3** تقابلها **القيمة 7. اذا قيمة الربيعي الاول = 7**

التفسير : 25 % من الطلاب علاماتهم **اقل من** 7 و 75 % من الطلاب علاماتهم **اكبر منا او يساوي** 7

ج _ حساب قيمة الربيعي الثالث و تفسيره

_ بما ان عدد القيم فردي نطبق العلاقة التالية $Q_3 = \frac{3n+1}{4}$

_ حساب قيمة **رتبة الربيعي الثالث** $Q_3 = \frac{(3X11)+1}{4} = 8.5$

_ إيجاد **قيمة الربيعي الثالث** ، نلاحظ ان **الرتبة 8.5 تقع بين القيمتين القيمة 14 و 15** .

$$Q3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_0}{n_{Q3}}.K \qquad Q3 = 14 + \frac{8.5-8}{1}.1 \qquad \mathbf{Q3 = 14.4}$$

التفسير : 75 % من الطلاب علاماتهم **اقل من 14.4** و 25 % من الطلاب علاماتهم **اكبر منا او يساوي 14.4** .

5.2.2.2 حل التمرين الخامس

أولا : ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا

Xi	68	75	79	80	**86**	**95**	96	99	100	101
الترتيب	1	2	3	4	**5**	**6**	7	8	9	10

ثانيا : نلاحظ ان عدد القيم = 10 و بالتالي لإيجاد **رتبة الوسيط** نحسب ما يلي $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$

$$\frac{n}{2}+1 = \frac{10}{2}+1 = 6$$

و منه **الرتبة 6 تقابلها القيمة 95 .**

$\frac{n}{2}$ ومنه $\frac{10}{2} = 5$ ، و منه **الرتبة 5** تقابلها **القيمة 86**

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

$Me = \frac{95+86}{2} = 90.5$ ، و منه **قيمة الوسيط = 90.5**

التفسير : 50 % من الرجال أوزانهم **اقل من** 90.5 و 50 % من الرجال اوزانهم **اكبر من 90.5** .

6.2.2.2 حل التمرين السادس

_ المجتمع الاحصائي : 60 عاملا ؛ _ الوحدة الإحصائية : عامل ؛ المتغير الاحصائي : الاعمار .

جدول توزيع تكراري يوضح توزيع 60 عاملا حسب اعمارهم

التكرار التجمعي النازل Δni	(التكرار التجمعي الصاعد) **Δ ni**	**ni** (العمال)	**Xi** (الاعمار)
60	20	20	30 35
40	35	15	**35 40**
25	45	10	40 45
15	55	10	45 50
5	60	5	50 55
/	/	**60**	**Σ**

المصدر : مثال افتراضي

نلاحظ اننا امام حالة توزيع تكراري ، اذا فان قيمة الوسيط تحسب كما يلي : $Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K$

أولا : إيجاد رتبة الوسيط

$\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) و تساوي 2/60 = **30** ، **و الرتبة 30** نجدها في التكرار التجمعي الصاعد و هي تقع بين الرتبة 20 و الرتبة 35 .

ثانيا : إيجاد الفئة الوسيطية

الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل الرتبة مباشرة ، في هذه الحالة نلاحظ ان الرتبة جاءت بين فئتين ، اذا نختار الرتبة اللاحقة و السبب هو :

اذا قمنا باختيار الفئة الأولى **] 35 30]** ، فان هذه الفئة تكرارها التجمعي الصاعد هو **20 وحدة (عاملا)** ، اما نحن فلدينا 30 وحدة (عاملا) ، و بالتالي فالفئة الوسيطية لا يمكن ان تحتوي على

وحدات ناقصة ، لذلك فإننا نختار الفئة الموالية **] 40 35]** و التي تكرارها التجمعي الصاعد **35** و بالتالي فهي تحتوي على جميع الوحدات التي تمثل رتبة الوسيط .

و بالتالي فان الفئة الوسيطية هي : **] 40 35]**

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

$$Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K$$

L_1 : الحد الأدني للفئة الوسيطية = **35**

N_0 : يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية = **20**

N_e : يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية = **15**

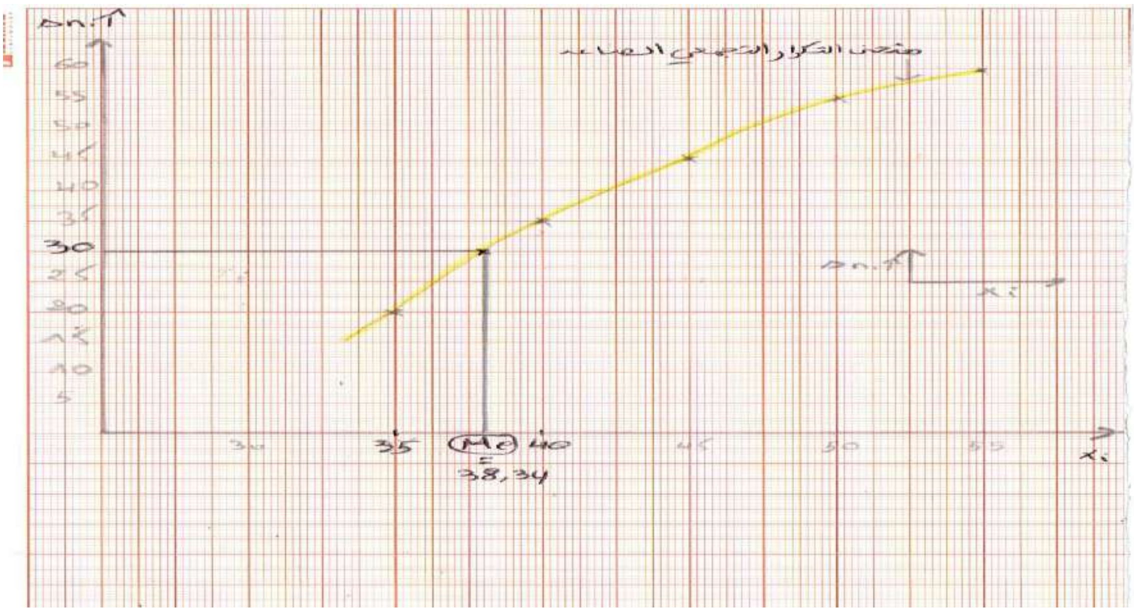
K : طول الفئة الوسيطية = **5**

$$Me = 35 + \frac{30-20}{15}.5 \quad = \quad 38.34$$

نلاحظ ان قيمة الوسيط 38.34 تتموقع في الفئة الوسيطية **] 40 35]**

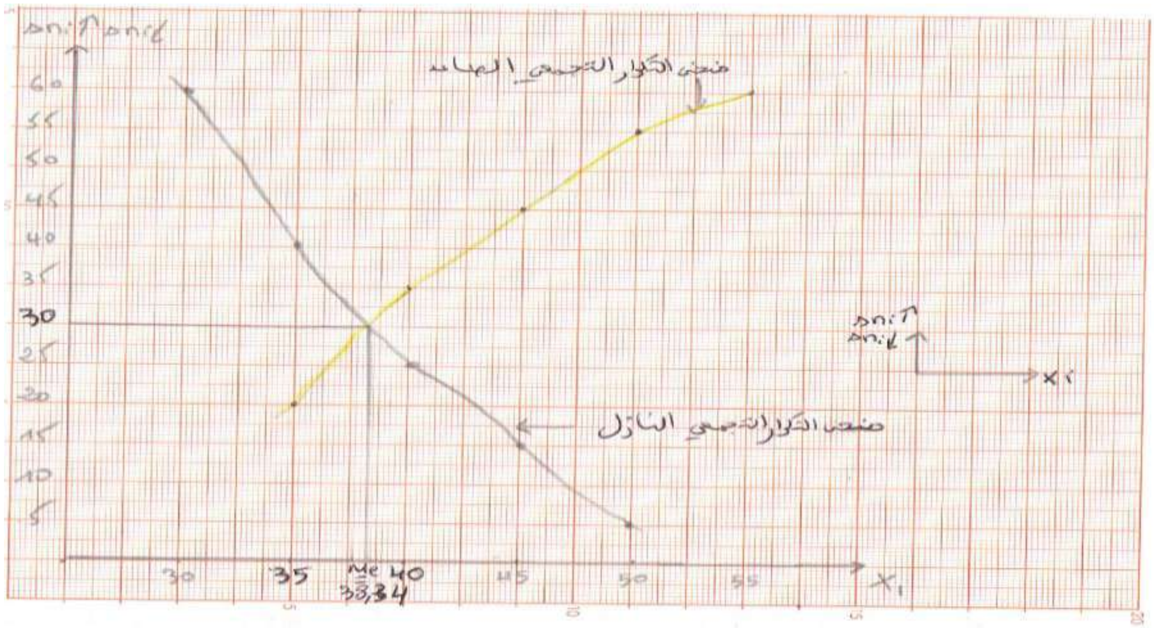
التفسير : 50 % من العمال أعمارهم اقل تماما من 38.34 ، و 50 % أعمارهم أكبر من او يساوي 38.34 .

التمثيل البياني : يمكن إيجاد قيمة الوسيط بيانيا و ذلك بتقاطع رتبة الوسيط مع منحنى التكرار التجمعي الصاعد و يوضح ذلك في التمثيل البياني التالي .



تمثيل بياني يوضح قيمة الوسيط بتقاطع رتبة الوسيط مع منحنى التكرار التجمعي الصاعد

ثانيا : يمكن إيجاد قيمة الوسيط بيانيا و ذلك بتقاطع منحنى التكرار التجمعي الصاعد و منحنى التكرار التجمعي النازل و يوضح ذلك في التمثيل البياني التالي .



تمثيل بياني يوضح قيمة الوسيط بتقاطع منحنى التكرار التجمعي الصاعد و منحنى التكرار التجمعي النازل

7.2.2.2 حل التمرين السابع

جدول توزيع تكراري يوضح طول 40 تلميذ في احدى المدارس

Xi	ni	Δ ni ↗
100 109	1	1
109 118	1	2
118 127	6	**8**
127 136	**15**	**23**
136 145	7	30
145 154	5	35
154 163	5	40
Σ	**40**	/

المصدر : مثال افتراضي

حساب الوسيط و تفسيره

أولا : إيجاد رتبة الوسيط ، $\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) و تساوي 2/40 = **20** ، **و الرتبة 20** نجدها في التكرار التجمعي الصاعد و هي تقع بين الرتبة 8 و الرتبة 23 .

ثانيا : إيجاد الفئة الوسيطية

الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل الرتبة مباشرة ، في هذه الحالة نلاحظ ان الرتبة جاءت بين فئتين ، اذا نختار الرتبة اللاحقة التي تقابلها الفئة **[127 136 [127]**

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

$$Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K \quad \rightarrow Me = 127 + \frac{20-8}{15}.9 \quad = \quad 134.2$$

نلاحظ ان قيمة الوسيط 134.2 تتموقع في الفئة الوسيطية **] 136 127]**

التفسير : 50 % من الأطفال اطوالهم اقل تماما من 134.2 سنتم ، و 50 % اطوالهم أكبر من او يساوي 134.2 سنتم .

_ حساب قيمة الربيعي الأول Q_1:

_ أولا : رتبة الربيعي الأول = $\frac{N}{4}$ = $\frac{40}{4}$ = 10

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعة الاولى =]136 127]

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الأول

$$Q1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - N_0}{n_{Q1}}.K \quad ، \quad Q1 = 127 + \frac{10-8}{15}.9 \quad ، \quad \mathbf{Q_1 = 128.19}$$

التفسير : 25 % من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 128.19 سنتم ، و 75 % من التلاميذ اطوالهم اكبر من او يساوي 128.19 سنتم .

_ حساب قيمة الربيعي الأول Q_2:

_ أولا : رتبة الربيعي الثاني = $\frac{2N}{4}$ = $\frac{80}{4}$ = 20

و هي نفس رتبة الوسيط ، و منه نستنتج ان الربعي الثاني هو الوسيط و بالتالي فان قيمة الربيعي الثاني

$\mathbf{134.2 = Q_2}$

_ حساب قيمة الربيعي الثالث Q_3

_ أولا : رتبة الربيعي الثالث = $\frac{3N}{4} = \frac{3(40)}{4} = 30$

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعة الثالثة = **[136 145[**

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الثالث

$$Q3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_0}{n_{Q3}}.K \text{ ، } Q3 = 136 + \frac{30-23}{7}.9 \text{ ، } \mathbf{Q3=145}$$

التفسير : 75 % من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من **145**سنتم ، و %25 من التلاميذ اطوالهم اكبر من او يساوي **145**سنتم.

_ حساب قيمة الربيعي الرابع Q_4

_ أولا : رتبة الربيعي الرابع = $\frac{4N}{4} = \frac{4(40)}{4} = \mathbf{40}$

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعة الرابعة = **[154 163[**

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الرابع

$$Q4 = L_1 + \frac{\frac{4N}{4} - N_0}{nQ4}.K \text{ ، } Q4 = 154 + \frac{40-35}{5}.9 \text{ ، } \mathbf{Q_4=163}$$

التفسير : 100 % من التلاميذ أطوالهم اقل تماما من 163 سنتم .

_ حساب قيمة العشري التاسع D_9

_ أولا : رتبة العشري التاسع = $\frac{9N}{10} = \frac{9(40)}{10} = 36$

_ ثانيا : إيجاد الفئة العشرية التاسعة =]163 154 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة العشري التاسع

$$D9 = L_1 + \frac{\frac{9N}{10} - N_0}{n_{D9}}.K \quad ، \quad D9 = 154 + \frac{36-35}{5}.9 \quad ، \mathbf{D9=155.8}$$

التفسير : تسعة من عشر أجزاء من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 155.8 سنتم .

_ حساب قيمة الميئي سيعين P_{70}

_ أولا : رتبة الميئي سبعون = $\frac{70N}{100} = \frac{70(40)}{100} = 28$

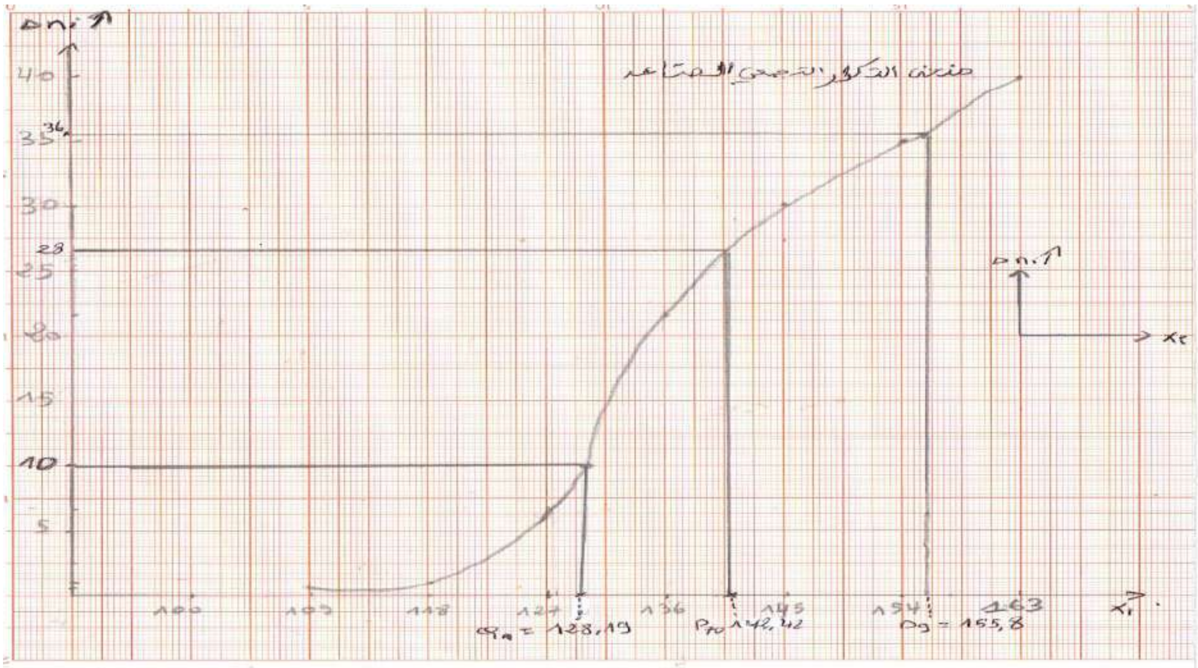
_ ثانيا : إيجاد الفئة الميئية سبعون =] 145 136 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة الميئي السبعون

$$P70 = L_1 + \frac{\frac{70N}{100} - N_0}{n_{P70}}.K \quad ، \quad P70 = 136 + \frac{28-23}{7}.9 \quad ، \mathbf{P_{70}=142.42}$$

التفسير : %70 من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 142.42 سنتم .

_ التمثيل البياني لقيمة الربيعي الأول ، العشيري العاشر و الميئي سبعين



تمثيل بياني باستخدام (م ت ت الصاعد) يوضح قيمة الربيعي الأول ، قيمة العشيري العاشر و قيمة الميئي سبعين

8.2.2.2 حل التمرين الثامن

أ_ **قيمة** المنوال هو 4

ب_ لا يوجد منوال لان جميع القيم لها نفس التكرار

ج_ جميع الإجابات هي 30 % لكل فئة ، فإنه **لا يوجد منوال**

د_ نلاحظ ان الرأي الأكثر شيوعا هو اعجاب الطلبة بطريقة عرض المحاضرات .

9.2.2.2 حل التمرين التاسع

_ المجتمع الاحصائي : عائلات، الوحدة الإحصائية : عائلة ،المتغير الاحصائي : عدد الافراد ، نوع المتغير الاحصائي : كمي متقطع.

أ_

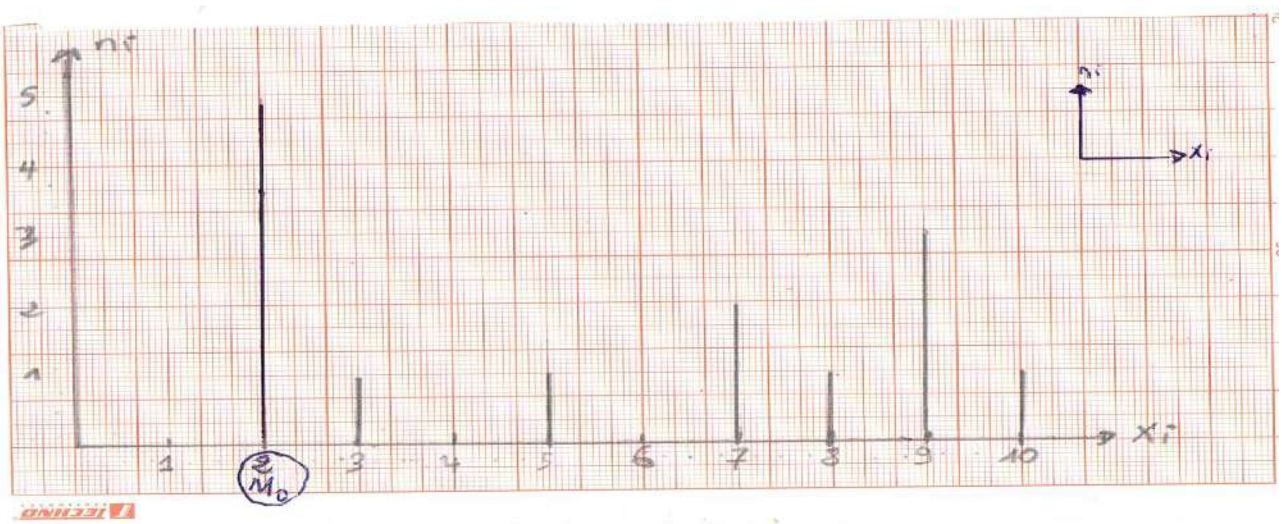
XI	**2**	3	5	7	8	9	10
ni	**5**	1	1	2	1	3	1

المصدر : مثال افتراضي

من خلال الجدول نلاحظ ان **القيمة 2** لها أكبر تكرار و يساوي 5 بالتالي فان المنوال هو 2 ، $\mathbf{M_O = 2}$

التفسير : العائلات الأكثر شيوعا هي العائلات التي عدد افرادها 2

التمثيل البياني لقيمة المنوال بيانيا



تمثيل بياني باستخدام الاعمدة البسيطة يوضح المنوال لعدد افراد مجموعة من العائلات

ب_

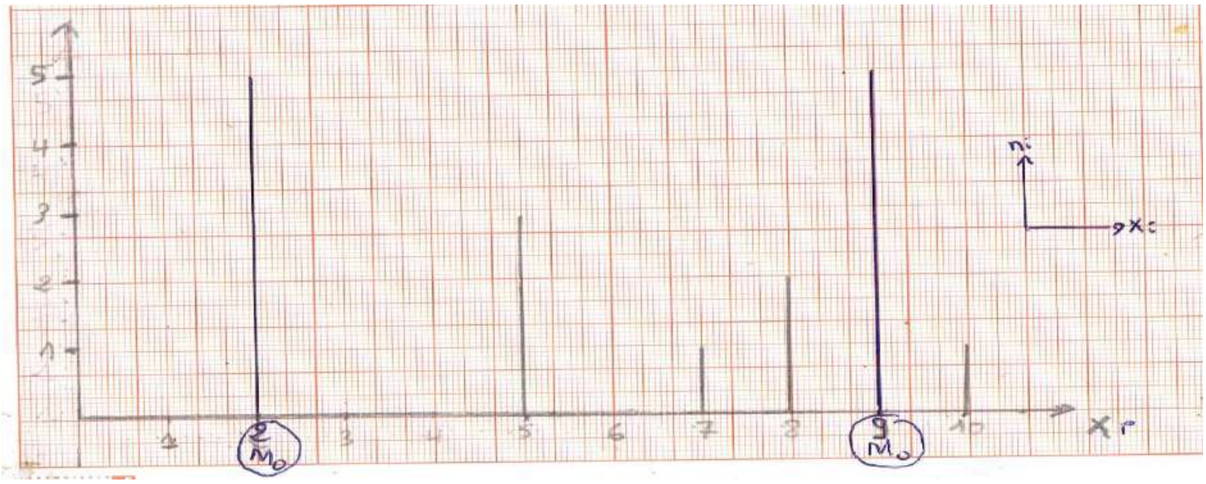
XI	2	5	7	8	9	10
ni	**5**	3	1	2	**5**	1

المصدر : مثال افتراضي

من خلال الجدول نلاحظ ان **القيمة 2** لها أكبر تكرار و يساوي 5 ، **القيمة 9** لها اكبر تكرار و هو 5 .

التفسير : العائلات الأكثر شيوعا هي العائلات التي عدد افرادها 2 و التي عدد افرادها 9 .

_ قيمة المنوال بيانيا :



تمثيل بياني باستخدام الاعمدة البسيطة يوضح المنوال لعدد افراد مجموعة من العائلات

10.2.2.2 حل التمرين العاشر

_ المجتمع الاحصائي : 50 تلميذا ، الوحدة الإحصائية : تلميذ ، المتغير الاحصائي : الطول ، نوع المتغير الاحصائي : كمي مستمر.

_ لحساب المنوال نطبق طريقة بيرسون كما يلي : $M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K$

أولا : إيجاد الفئة المنوالية ، بالرجوع الى جدول التمرين الثامن نلاحظ ان اكبر تكرار هو للفئة]

170 160] حيث تكرارها يساوي 24 .

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

L_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية = 160

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها ← **14= 10−24**

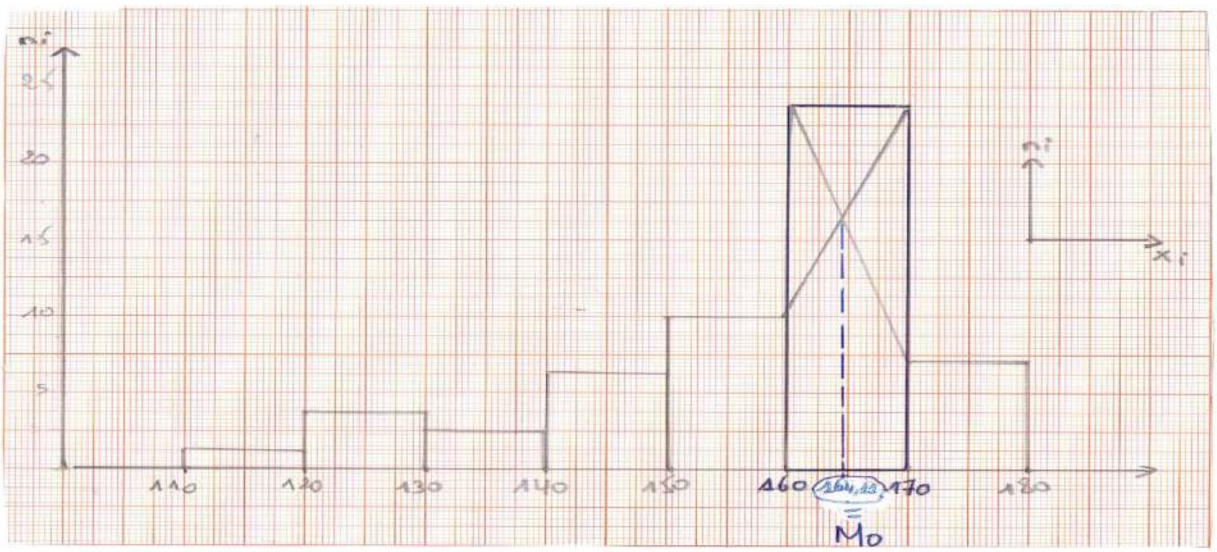
d2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها ← **20 = 4−24**

K : طول الفئة المنوالية ← **10 = 160−170**

$$M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K \quad \rightarrow \quad M_0 = 160 + \frac{14}{14+20}.10 \rightarrow \textbf{Mo} = \mathbf{164.11}$$

التفسير : الطول الأكثر انتشارا بين 50 تلميذا هو 164.11 سنتم .

_ قيمة المنوال بيانيا



تمثيل بياني باستخدام المدرج التكراري توضح الطول الأكثر انتشارا بين 50 تلميذ في احدى ثانويات مدينة قسنطينة

11.2.2.2 حل التمرين الحادي عشر

_ المجتمع الاحصائي: 50 تلميذا ، الوحدة الإحصائية :تلميذ ، المتغير الاحصائي :الوزن ، نوع المتغير الاحصائي :كمي مستمر.

_ إيجاد المنوال حسابيا

من خلال الجدول التكراري نلاحظ ان طول الفئات غير متساوي و بالتالي نقوم بالتعديل التكراري ،

$$ni' = \frac{ni}{li}\, l'$$

حيث : 'ni تمثل التكرار المعدل ، ni يمثل التكرار الأصلي للفئة

li طول الفئة الأصلي ، 'l يمثل طول الفئة المرجعية يتم تعينه بأخذ أصغر طول فئة في الجدول

من خلال الجدول نلاحظ ان اصغر طول فئة **'l هو 5**

جدول توزيع تكراري يوضح اوزان تلاميذ في احدى ثانويات مدينة قسنطينة

xi		ni	li	$ni' = \frac{ni}{li}\, l'$
55	60	6	5	6
60	**65**	**15**	**5**	**15**
65	75	5	10	2.5
75	85	14	10	7
85	90	10	5	10
Σ ni		**50**		

المصدر : مثال افتراضي

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

الفئة المنوالية هي :] 65 60 [

L_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية = 60 .

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها ← **9= 15-6**

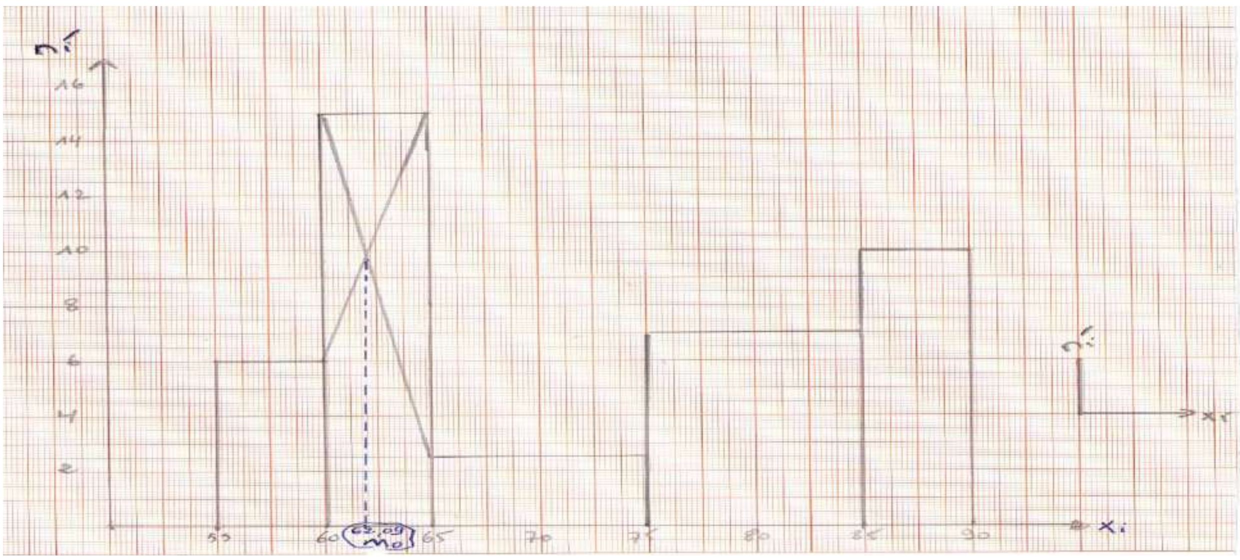
d2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها ← **12.5 =15-2.5** ،

K : طول الفئة المنوالية ← **5 = 60-65**

$$M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K \quad \rightarrow \quad M_0 = 60 + \frac{9}{9+12.5}.5 \rightarrow \textbf{Mo} = \textbf{62.09}$$

التفسير : الوزن الأكثر انتشارا بين 50 تلميذا هو 62.09 كلغ.

_ قيمة المنوال بيانيا



تمثيل بياني باستخدام المدرج التكراري توضح الوزن الأكثر انتشارا بين 50 تلميذ في احدى ثانويات مدينة قسنطينة

12.2.2.2 حل التمرين الثاني عشر

جدول توزيع تكراري يوضح الاجر اليومي لمجموعة من العمال

Xi	ni	xi	xini	Δ ni ↑
18 22	05	20	100	5
22 26	08	24	192	**13**
26 30	**16**	28	448	**29**
30 34	08	32	256	37
34 38	05	36	180	42
Σ	**42**		**1176**	

المصدر : مثال افتراضي

أ _ حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \rightarrow \overline{X} = \frac{1176}{42} \qquad \overline{X} = 28$$

متوسط اجر العمال اليومي هو 28 دج .

ب _حساب المنوال

$$M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K$$

أولا : إيجاد الفئة المنوالية **] 30 26[**

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

L_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية = 26

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها ← **8= 8−16**

d2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها ← **8= 8−16**

K : طول الفئة المنوالية ←**4 = 26_30**

$$M_0 = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.K \quad \rightarrow \quad M_0 = 26 + \frac{8}{8+8}.4 \rightarrow \mathbf{Mo = 28}$$

الاجر اليومي الأكثر شيوعا بين العمال هو 28 دج .

ج _ حساب الوسيط

أولا : إيجاد رتبة الوسيط

$\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) و تساوي 2/42 = **21** ، **و الرتبة 21**

نجدها في التكرار التجمعي الصاعد و هي تقع بين الرتبة 13 و الرتبة 29 .

ثانيا : إيجاد الفئة الوسيطية

الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل الرتبة مباشرة ، في هذه الحالة نلاحظ ان الرتبة جاءت بين فئتين ، اذا

نختار الرتبة اللاحقة و السبب =**] 30 26[**

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

L_1 : الحد الأدني للفئة الوسيطية = **26**

N_0 : يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية = **13**

N_e : يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية = **16**

K : طول الفئة الوسيطية = **4**

$$Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K \quad \rightarrow Me = 26 + \frac{21-13}{16}.4 \quad = \quad \mathbf{Me = 28}$$

التفسير: 50 % من العمال اجورهم اقل تماما من 28 دج ، و 50 % من العمال اجورهم اكبر من يساوي من 28 دج

د _ اوجد العلاقة بين الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال

نلاحظ ان كل من المتوسط الحسابي و المنوال و الوسيط متساوية و تساوي 28 ، $\bar{X}$ **=Me=Mo = 28**

في هذه الحالة يكون **التوزيع التكراري المدروس متماثل او متناظر.**

13.2.2.2 حل التمرين الثالث عشر

_ حساب قيمة المنوال

$$M_O = 3\times Me - 2\times \bar{X} \quad \rightarrow M_O = (3\times 10) - (2\times 5) \rightarrow M_O = 20$$

و بذلك نلاحظ ان :

$$\bar{X} \langle Me \langle Mo \rightarrow 5 \langle 10 \langle 20$$

_ و منه التوزيع ملتوي التواء سالب .

خلاصة الفصل

لوصف البيانات نستخدم أيضا مقاييس النزعة المركزية و الهدف الأساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها ، تختلف طريقة حساب كل مقياس من مقاييس النزعة المركزي حسب طبيعة البيانات اذا كانت قيم مفردة او على شكل فئات ، و تتمثل مقاييس النزعة المركزية في :

_ المتوسط الحسابي و يمكنه تعريفه على انه يساوي مجموع قيم المفردات مقسما على عددها

_ الوسيط و هو المشاهدة التي يكون مجموع التكرارات التي تسبقها مساو لمجموع التكرارات التي تليها .

_ المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا او تكرار.

اما العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية فهي تحدد كما يلي :

$$\mathbf{M_O = 3Me - 2\overline{X}}$$

و يكون شكل التوزيع للبيانات حسب قيمة مقاييس النزعة المركزية كما يلي فاذا كانت :

$\overline{X} = Me = Mo$ في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل او متناظر .

$\overline{X}\ \rangle Me \rangle Mo$ في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليمين .

$\overline{X} \langle Me \langle Mo$ في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليسار .

الفصل الثالث

مقاييس التشتت

تمهيد

لا تعتبر مقاييس النزعة المركزية مقاييس كافية لوصف البيانات ، لأنها لا تبين طبيعتها و لا كيفية توزيع مفرداتها ،فقد تتساوى مجموعتين في متوسطيهما بينما تختلف المجموعتان عن بعضهما كل الاختلاف ، فقد تكون مفردات احدى المجموعتين متقاربة بعضها عن بعض و تكون الأخرى مبعثرة حول متوسطها الحسابي ، و يرجع ذلك الى عدم معرفتها لدرجة الاختلاف بين ارقام المجموعتين [31].

[31] محمد محمد جبر المغربي : الإحصاء التحليلي في البحوث الاقتصادية و الاجتماعية ، المكتبة العصرية للنشر و التوزيع ،المنصورة ، مصر 2011، ص 86 .

1.3 : مفهوم مقياس التشتت و انواعه

1.1.3 : تعريف مقياس التشتت

مدى الاقتراب او الابتعاد للمفردات حول وسطها الحسابي ،فإذا كانت البيانات مركزة حول الوسط الحسابي فإن التشتت يكون صغيرا ،اما اذا كانت مبعثرة بعيدة عن الوسط الحسابي يكون التشتت كبيرا ، اذا التشتت بمقاييسه يبين مدى تجانس المجموعات [32] ،وتجدر الإشارة الى انه في مقياس التشتت أو الاختلاف يتركز الاهتمام على قياس حجم الاختلاف في مجموعة البيانات و درجته و ليس في اتجاهه .[33]

2.1.3 أغراض مقاييس التشتت

_ الحكم على مدى دقة مقياس النزعة المركزية و مدى الاعتماد عليه في وصف البيانات .

_ قاعدة لضبط الاختلاف و السيطرة عليه ، ففي مجال الإنتاج الصناعي فإن الاختلاف في قيمة مقياس الجودة يستوجب البحث عن أسباب الاختلاف و معالجة الخلل ، و في لاقتصاد فإن حجم الاختلاف في الدخل يستخدم في التعرف على مدى العدالة في توزيع الدخل و الثروة .

_ المقارنة بين مجموعتين او أكثر من المشاهدات من حيث درجة الاختلاف حيث يساعد ذلك في تحديد مدى الانتظام او الاتساق في البيانات الإحصائية ، فحجم كبير من الاختلاف ربما يدل على عدم الانتظام و عدم الاتساق في هذه البيانات بينما يدل انخفاض الاختلاف على توفر قدر اكبر من الانتظام و الاتساق في البيانات .

---

[32] محمد محمد جبر المغربي : ص 86.

[33] شفيق العتوم : مرجع سبق ذكره ، ص 153

3.1.3 : خواص مقياس التشتت الجيد

يجب ان يكون مقياس التشتت كلما امكن ذلك :

_ سهل الفهم

_ سهل الحساب

_ معرفا بصيغة سهلة قابلة للمعالجة الجبرية

_ له توزيع المعاينة

_ قليل التأثر بالقيم المتطرفة

2.3 : أنواع التشتت و مقاييسه

يقسم التشتت الى مقايس التشتت المطلقة و مقاييس التشتت النسبية

1.2.3 مقاييس التشتت المطلقة

يمكن قياس التشتت المطلق عبر طريقتين

أ_ مدى قرب او بعد القيم من بعضها البعض و ذلك بأحد المقياسين التاليين [34] :

1.1.2.3 المدى العام : و هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة للتوزيع الاحصائي او هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى ، يعنى اخذ القيمتين المتطرفتين الأولى و الثانية ، يتميز المدى العام بأنه يستعمل في المقارنة بين توزيعين احصائيين او

[34] شفيق العتوم : مرجع سبق ذكره ، ص 154.

أكثر و لكنه يضم كل الوحدات الإحصائية التي تشكل المجتمع الاحصائي [35]، حيث يمكن

حساب المدى العام من خلال القانون التالي : $Et = X_{MAX} - X_{MIN}$

حيث :

X_{MAX} تمثل اكبر قيمة للتوزيع الاحصائي او الحد الأعلى للفئة الأخيرة.

X_{MIN} تمثل أصغر قيمة للتوزيع الاحصائي او الحد الأدنى للفئة الأولى .

2.1.2.3 المدى الربيعي : هو الفرق بين الربيعي الثالث و الربيعي الأول($Q_3 - Q_1$) ، و يرمز له بالرمز I.Q ، ويتميز بالخصائص التالية :

_ يضم 50 % من المجتمع مهما كان التوزيع الاحصائي

_ يتغير طوله مقارنة بالمدى العام حسب طبيعة التوزيع

_ استعمالاته محدودة نظرا لبساطته ، غير انه احسن من المدى العام

_ يستعمل في المقارنة بين توزيعين احصائيين او اكثر .

ب_ مدى قرب او بعد القيم من الوسط الحسابي و ذلك بأحد المقياسين التاليين :

3.1.2.3 الانحراف المتوسط : يعبر عنه بأنه متوسط انحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي[36] و يحسب في القيم المفردة و في حالة بيانات مبوبة .

_ في حالة قيم مفردة : $E_X = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \overline{X} \right|}{n}$

[35] جيلالي جلاطو : مرجع سبق ذكره ، ص 78 .

[36] شرف الدين خليل : الإحصاء الوصفي ، شبكة الأبحاث و الدراسات الاقتصادية ، بدون تاريخ نشر ، ص 56.

_ في حالة قيم مبوبة :

$$E_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\left|X_i - \overline{X}\right|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

4.1.2.3 التباين و الانحراف المعياري : ***التباين*** هو العزم المركزي الثاني أو بعبارة أخرى فهو الوسط الحسابي لمجموع مربع الانحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يدل على مدى تشتت قيم المتغير الاحصائي حول احد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي) ، و يحسب في القيم المفردة و في حالة بيانات مبوبة ، اما الانحراف المعياري فهو هو عبارة عن الجذر التربيعي لموجب التباين[37] .

_ التباين لبيانات مفردة

$$V_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_1 - \overline{X})^2}{\sum ni}$$

_ التباين لبيانات مبوبة

$$V_X = \frac{\Sigma ni(Xi - \overline{X})^2}{\Sigma ni}$$

_ التباين لبيانات مفردة بالطريقة المختصرة

$$vx = \frac{\Sigma Xi^2}{n} - \overline{X}^2$$

_ التباين لبيانات مبوبة بالطريقة المختصرة

$$vx = \frac{\Sigma niXi^2}{\Sigma ni} - \overline{X}^2$$

[37] موساوي عبد النور : مرجع سبق ذكره ، ص ص 74 _ 75 .

الانحراف المعياري لبيانات مفردة

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n}}$$

الانحراف المعياري لبيانات متكررة أو مبوبة

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum hi(X_i - \overline{X})^2}{\sum hi}}$$

أما الصيغة المختصرة للانحراف المعياري فتعطى بالعلاقات التالية:

الانحراف المعياري لبيانات مفردة

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum X_i{}^2}{n} - \overline{X}^2}$$

الانحراف المعياري لبيانات متكررة أو مبوبة

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum hiX_i{}^2}{\sum hi} - \overline{X}^2}$$

2.2.3 : مقاييس التشتت النسبية

و يمكن حساب مقياس التشتت النسبي باستخدام عدد من المقاييس أهمها :

1.2.2.3 معامل المدى : يمكن حسابه من القانون التالي :

$$Ex = \frac{XMAX - XMIN}{\overline{X}} * \quad 100$$

2.2.2.3 معامل الانحراف الربيعي :

$$Ir = \frac{Q3 - Q1}{Q2} * \quad 100$$

3.2.2.3 نصف المدى الربيعي :

$$Is = \frac{Q3 - Q1}{2} * \quad 100$$

4.2.2.3 معامل الاختلاف

$$Cd\% = \frac{Sx}{|\bar{X}|} * 100$$

3.3 : التمارين و الحلول

1.3.3 : التمارين

1.1.3.3 التمرين الأول

لدينا التوزيعين التاليين

التوزيع الأول

6	5	4	3	2	1	**الطالب**
9	**8**	11	**14.4**	10	13	**المعدل في مقياس الاحصاء**

المصدر : مثال افتراضي

التوزيع الثاني

6	5	4	3	2	1	**الطالب**
8	**7**	15	10	9	**16.5**	**المعدل في مقياس الاحصاء**

المصدر : مثال افتراضي

_ احسب المتوسط الحسابي للتوزيعين ، ماذا تلاحظ؟

_ احسب المدى العام للتوزيعين ماذا تلاحظ ؟ قدم تفسيرا لذلك .

2.1.3.3 : التمرين الثاني

الجدول التالي يمثل أرباح مؤسستين A و B لمدة 5 سنوات حيث الأرباح بملايين الدينارات[38] .

المؤسسة A	المؤسسة B
10	40
50	30
45	35
65	40
10	35

المصدر : مثال افتراضي

_ أي المؤسستين الأكثر استقرارا في مستوى الأرباح المحققة ؟

3.1.3.3 : التمرين الثالث

يمثل التوزيع التالي الاقدمية بالأشهر لمجموعة من العمال

Xi	ni
18 22	05
22 26	08
26 30	16
30 34	08
34 38	05
Σ	42

المصدر : مثال افتراضي

[38] رحالي بلقاسم : محاضرات في الإحصاء _1_ ، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى ،كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير ، جامعة محمد البشير الابراهيمي ، السنة الجامعية 2017_2018، ص 68 .

أ _ احسب ما يلي :

_ المدى العام

_ الانحراف الربيعي

_ المدى الربيعي النسبي

_ نصف المدى الربيعي

_ التباين و الانحراف المعياري

_ معامل الاختلاف

2.3.3 : حلول التمارين

1.2.3.3 : حل التمرين الأول

_ حساب المتوسط الحسابي

$\overline{X}_1 = 10.91$ ، $\overline{X}_2 = 10.91$

نلاحظ ان كلا التوزيعين لهما نفس المتوسط الحسابي ، لكن هذا لا يعني انهما متشابهين ، و سنلاحظ ذلك من خلال حساب المدى العام .

_حساب المدى العام

$Et_1 = X_{MAX} - X_{MIN} \rightarrow Et_1 = 14.5 - 8 \rightarrow \mathbf{Et_1 = 6.5}$

$Et_2 = X_{MAX} - X_{MIN} \rightarrow Et_2 = 16.5 - 7 \rightarrow \mathbf{Et_2 = 9.5}$

$ET_2 \rangle ET_1$، بالتالي فان التوزيع الثاني اكثر تشتتا من التوزيع الأول ، و هذا يعني ان المجموعة الأولى اكثر تجانسا .

2.2.3.3 : حل التمرين الثاني

أولا : المقارنة باستخدام المدى العام

$ET_A = X_{max} - X_{min} = 65 - 10 = 55$

$ET_B = X_{max} - X_{min} = 40 - 30 = 10$

نلاحظ ان $ET_A \rangle ET_B$ ، ومنه فأرباح المؤسسة **B** أكثر استقرارا من أرباح المؤسسة **A** ، كما يمكن ان نقول ان أرباح المؤسسة **A** أكثر تشتتا من أرباح المؤسسة **B** .

ثانيا : المقارنة باستخدام المدى الربيعي

أ_ الانحراف الربيعي للمؤسسة A

_ حساب Q1 و Q3

_ ترتيب القيم تصاعديا : 10 10 45 50 65

_ رتبة الربيعي الأول و الثالث :

$$Q1 = \frac{n+1}{4} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$Q3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

_ حساب قيمة الربيعي الأول و الثالث

$$Q1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - N_0}{n_{Q1}}.K \rightarrow Q1 = 10 + \frac{1.5-1}{1}\ 1 = 10.5 \rightarrow \mathbf{Q1 = 10.5}$$

$$Q3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_0}{n_{Q3}}.K \rightarrow Q3 = 50 + \frac{4.5-4}{1}.15 \rightarrow \mathbf{Q3 = 57.5}$$

_ حساب الانحراف الربيعي

$$\mathbf{I.Q_A} = Q3 - Q1 \rightarrow I.Q = 57.5 - 10.5 \rightarrow \mathbf{I.Q_A = 47}$$

ب _ الانحراف الربيعي للمؤسسة B

_ حساب Q1 و Q3

_ ترتيب القيم تصاعديا : 30 35 35 40 40

_ رتبة الربيعي الأول و الثالث :

$$\mathbf{Q1} = \frac{n+1}{4} = \frac{6}{4} = \mathbf{1.5}$$

$$\mathbf{Q3} = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{18}{4} = \mathbf{4.5}$$

_ حساب قيمة الربيعي الأول و الثالث

$$Q1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - N_0}{n_{Q1}}.K \rightarrow Q1 = 30 + \frac{1.5-1}{1}\ 5 \rightarrow \mathbf{Q1 = 32.5}$$

$$Q3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_0}{n_{Q3}}.K \rightarrow Q3 = 40 + \frac{4.5-4}{1}.0 \rightarrow \mathbf{Q3=40}$$

_ حساب الانحراف الربيعي

$$\mathbf{I.Q_B} = Q3-Q1 \rightarrow I.Q = 40 - 32.5 \rightarrow \mathbf{I.Q_B = 7.5}$$

نلاحظ ان

$\mathbf{I.Q_A \langle I.Q_B}$ و هذا يفسر ان أرباح المؤسسة A **اكثر تشتتا** من أرباح المؤسسة B ، او ان أرباح المؤسسة B **اكثر استقرارا** من أرباح المؤسسة A .

ثالثا : المقارنة باستخدام مقياس التباين و الانحراف المعياري

أ_ حساب التباين و الانحراف المعياري لارباح المؤسسة A

Xi	$Xi-\overline{X}$	$(Xi-\overline{X})^2$
10	10−36= −26	676
10	−26	676
45	9	81
50	14	196
65	29	841
Σ 180		**2470**

المصدر : مثال افتراضي

_ حساب المتوسط الحسابي لأرباح المؤسسة A

$$\overline{X} = \frac{\Sigma Xi}{N} \rightarrow \overline{X} = \frac{180}{5} \rightarrow \overline{X} = \mathbf{36}$$

_حساب التباين لأرباح المؤسسة A

$$V_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_1 - \overline{X})^2}{\sum ni}$$

$$\mathbf{Vx} = \frac{2470}{5} \rightarrow \mathbf{Vx} = 494 \text{ DA}$$

_ حساب الانحراف المعياري لأرباح المؤسسة A

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n}} \qquad \rightarrow \mathbf{S}x = \sqrt{494} \qquad \rightarrow \mathbf{S}x = 22.22 \text{ DA}$$

ب_ حساب التباين و الانحراف المعياري لارباح المؤسسة B

Yi	$Yi - \overline{yi}$	$(Yi - \overline{yi})^2$
30	30−40= −10	100
35	−5	25
40	0	0
40	0	0
55	15	225
Σ 200		**350**

المصدر : مثال افتراضي

_ حساب المتوسط الحسابي لأرباح المؤسسة B

$$\overline{yi} = \frac{\Sigma Yi}{N} \rightarrow \overline{yi} = \frac{200}{5} \rightarrow \overline{yi} = 40$$

_ حساب التباين لأرباح المؤسسة B

$$V_y = \frac{\sum_{i=1}^{n} (yi - y-)^2}{\sum ni}$$

$$\mathbf{Vy} = \frac{\mathbf{350}}{\mathbf{5}} \rightarrow \mathbf{Vy} = \mathbf{70\ DA}$$

_ حساب الانحراف المعياري لأرباح المؤسسة B

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum (yi - y-)^2}{N}} \quad \rightarrow \mathbf{Sy} = \sqrt{\mathbf{70}} \quad \rightarrow \mathbf{Sy} = \mathbf{8.36\ DA}$$

$\mathbf{S_X \rangle S_Y}$ و هذا يفسر ان أرباح المؤسسة A **<u>اكثر تشتتا</u>** من أرباح المؤسسة B ، او ان أرباح المؤسسة B **<u>اكثر استقرارا</u>** من أرباح المؤسسة A .

رابعا : المقارنة باستخدام معامل الاختلاف

$$\mathbf{CD_A} = \frac{Sx}{\overline{X}} \quad \rightarrow CV_A = \frac{22.22}{36} \quad \rightarrow \mathbf{CV_A} = \mathbf{0.6172}$$

$$\mathbf{CD_B} = \frac{\boldsymbol{Sy}}{\overline{\mathbf{yi}}} \quad \rightarrow CV_B = \frac{8.36}{40} \quad \rightarrow \mathbf{CV_B} = \mathbf{0.2}$$

$\mathbf{CV_A \rangle CV_B}$ و هذا يفسر ان أرباح المؤسسة A **<u>اكثر تشتتا</u>** من أرباح المؤسسة B ، او ان أرباح المؤسسة B **<u>اكثر استقرارا</u>** من أرباح المؤسسة A .

3.2.3.3 حل التمرين الثالث

جدول توزيع تكراري يوضح الاجر اليومي لمجموعة من العمال

Xi	ni	xi (مركز الفئة)	xini	$xi - \overline{X}$	$(xi - \overline{X})^2$	ni $(xi - \overline{X})^2$	↑ Δ ni
18 22	05	20	100	−8	64	320	5
22 26	**08**	24	192	−4	16	128	**13**
26 30	16	28	448	0	0	0	29
30 34	**08**	32	256	4	16	128	**37**
34 38	05	36	180	6	36	180	42
Σ	**42**		**1176**			**756**	

المصدر : مثال افتراضي

_ حساب المدى العام

Et= X_{MAX}–X_{MIN} → Et= 38 −18 → **Et = 20**

_ حساب الانحراف الربيعي

أولا : حساب الربيعي الأول Q_1

_ رتبة الربيعي الأول = $\frac{N}{4}$ = $\frac{42}{4}$ = 10.5

_ إيجاد الفئة الربيعة الاولى =]26 22[

_ إيجاد قيمة الربيعي الأول

$$Q1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - N_0}{n_{Q1}}.K \quad ، \quad Q1 = 22 + \frac{10.5 - 5}{8}.4 \quad ، \quad \mathbf{Q_1 = 24.75}$$

ثانيا : حساب الربيعي الثالث Q_3

_ رتبة الربعي الثالث = $\frac{3N}{4}$ = $\frac{3(42)}{4}$ = 31.25

_ إيجاد الفئة الربيعة الثالثة = **[30 34[**

_ إيجاد قيمة الربعي الثالث

$$Q3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_0}{n_{Q3}}.K \quad ، \quad Q3 = 30 + \frac{31.5 - 29}{8}.4 \quad ، \mathbf{Q3=31.25}$$

_ حساب الانحراف الربيعي

$$\mathbf{I.Q} = Q3 - Q1 \rightarrow I.Q = 31.25 - 24.75 \rightarrow \mathbf{I.Q = 6.5}$$

_ حساب المدى الربيعي النسبي

$$\mathbf{I_R} = \frac{\boldsymbol{Q3-Q1}}{\boldsymbol{Q2}}$$

$$\mathbf{Q_3 - Q_1 = 6.5}$$

_ حساب الوسيط Q_2

أولا : إيجاد رتبة الوسيط

$\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) و تساوي 2/42 = **21** ، **و الرتبة 21**

نجدها في التكرار التجمعي الصاعد و هي تقع بين الرتبة 13 و الرتبة 29 .

ثانيا : إيجاد الفئة الوسيطية

الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل الرتبة مباشرة ، في هذه الحالة نلاحظ ان الرتبة جاءت بين فئتين ، اذا نختار الرتبة اللاحقة و السبب =**] 30 26[**

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

L_1 : الحد الأدني للفئة الوسيطية = **26**

N_0 : يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية = **13**

N_e : يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية = **16**

K : طول الفئة الوسيطية = **4**

$$Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - N_0}{n_e}.K \rightarrow Me = 26 + \frac{21-13}{16}.4 \quad = \quad \mathbf{Me = 28 \rightarrow Q2 = 28}$$

و منه

_ المدى الربيعي النسبي

$$\mathbf{I_R = \frac{Q3-Q1}{Q2} = \frac{6.5}{28} \rightarrow I_R = 0.23}$$

_ حساب نصف المدى الربيعي

$$\mathbf{I_s = \frac{Q3-Q1}{2} = \frac{6.5}{2} \rightarrow I_s = 3.25}$$

_ حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \qquad \overline{X} = \frac{1176}{42} \qquad \overline{X} = 28$$

_ حساب التباين

$$V_X = \frac{\Sigma ni(Xi - \overline{X})^2}{\Sigma ni} \rightarrow V_X = \frac{756}{42} \rightarrow \mathbf{V_X = 18}$$

_ حساب الانحراف المعياري : $Sx = \sqrt{18} \rightarrow Sx = \mathbf{4.24\ DA}$

_ معامل الاختلاف النسبي

$$CD = \frac{Sx}{\overline{X}} .100 \rightarrow CV = \frac{4.24}{28} .100 \rightarrow \mathbf{CV = 0.15 * 100} \rightarrow \mathbf{CV = 15\ \%}$$

من خلال معامل الاختلاف نقول ان التشتت ضعيف .

خلاصة الفصل

لوصف البيانات نستخدم أيضا مقاييس التشتت و الهدف الأساسي من استخدام مقاييس التشتت هو معرفة مدى الاقتراب او الابتعاد للمفردات حول وسطها الحسابي و بذلك معرفة حجم الاختلاف في مجموعة البيانات و درجته و تشمل مقاييس التشتت ما يلي :

_ مقاييس التشتت المطلقة و هي : المدى ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط ، الانحراف المعياري و التباين .

_ مقاييس التشتت النسبية و هي : معامل المدى ، معامل الانحراف الربيعي و معامل الاختلاف .

الفصل الرابع

مقاييس الشكل

تمهيد

تصف مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت خصائص معينة في البيانات الإحصائية و التوزيعات التكرارية ، و لكن توجد خصائص أخرى لا يمكن وصفها او ابرازها الا باستخدام مقاييس الالتواء و التفرطح فقد نجد توزيعين لهما نفس المتوسط و الانحراف المعياري و لكنهما يختلفان في الشكل العام للتوزيع ، و العزم بمعناه الملموس فهو مصطلح ميكانيكي و يشير الى مقياس للقوة حول نقطة مركزية ، أما في الإحصاء فإنه فكرة معنوية غير ملموسة . و تستخدم العزوم في قياس الالتواء و التفرطح كما ان بعض العزوم[39].

و من خلال هذا الفصل نتطرق الى :

_ مقاييس الشكل مبنية على فكرة النزعة المركزية حالة الالتواء .

_ مقاييس الالتواء بالعزوم المركزية

_ مقاييس التفرطح بالعزوم المركزية

[39]شفيق العتوم : مرجع سبق ذكره ، ص 177

1.4 : مقاييس الشكل

1.1.4 الالتواء

الالتواء يقيس درجة تماثل البيانات حول وسطها الحسابي ، فكانت البيانات متماثلة حول الوسط لينتج عن ذلك منحنى بياني أي طبيعي و هو يشيه شكل الجرس[40] ، و يعتبر المدرج التكراري الذي منه نحصل على المنحنى افضل وسيلة للاستدلال السريع على شكل توزيع المعطيات [41]، و من اهم مقاييس التماثل و الالتواء معامل بيرسن و معامل يول .

أولا : العلاقة بين الوسط الحسابي و المنوال و الوسيط

_ تكون قيم المقاييس الثلاثة متساوي $\overline{X}$ =Me=Mo و في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل او متناظر .

_ عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليمين تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي:

$\overline{X} \rangle Me \rangle Mo$

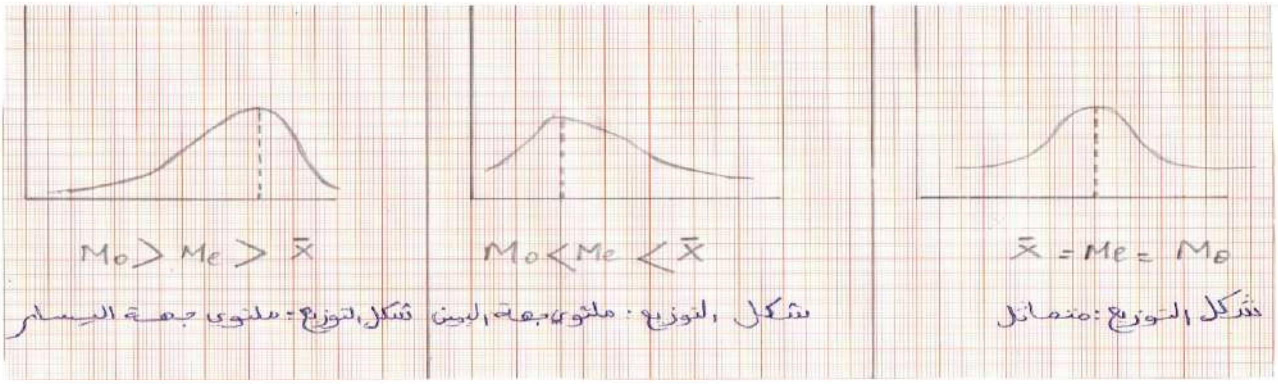
_ عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليسار تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي: $\overline{X} \langle Me \langle Mo$

و يوضح ذلك في الرسم التالي[42] :

[40] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 81 .

[41] عبد الحميد عبد المجيد البلداوي : الأساليب التطبيقية لتحليل و اعداد البحوث العلمية ، مع حالات دراسية باستخدام برنامج SPSS، دار الشروق للنشر و التوزيع ، عمان ، 2009 ، ص 159 .

[42] ولاء احمد الفزار و اخرون : مرجع سبق ذكره ، ص 57.



ثانيا : معامل بيرسن coefficient de pearson

التوزيع متماثل في حالة ما اذا كان $\overline{X}$ =Me=Mo ، أما اذا كان التوزيع غير متماثل (ملتوي) تصبح هذه المتوسطات الثلاث غير متساوية انطلاقا من هذه الفكرة نستنتج ان اول مقياس يدل على الالتواء و هو :

$$Ps = \frac{\overline{X} - Mo}{Sx}$$

$$Ps = \frac{3(\overline{X} - \mathrm{Me})}{Sx}$$

و يدعى هذا المقياس **معامل بيرسن**

$S_P=0$ ← منحنى متماثل

$S_P > 0$ ← منحنى موجب الالتواء

$S_P < 0$ ← منحنى سالب الالتواء

ثالثا : معامل يول البسيط

$$Sy = \frac{Q3 - Q1 - 2Me}{Q3 - Q1}$$

منحنى متماثل ← $S_y = 0$

منحنى موجب الالتواء ← $S_y \rangle 0$

منحنى سالب الالتواء ← $S_y \langle 0$

2.1.4: مقاييس الالتواء بالعزوم المركزية

أولا : العزوم البسيطة : لتكن X_n^k .... $x_1^k ; x_2^k ; x_3^k$, العزم البسيط من المرتبة K هو

عبارة الوسط الحسابي لقيم لمتغير الاحصائي مرفوعة الى القوة K ، و يكتب بالشكل التالي[43] :

_ في حالة بيانات غير مبوبة : $M_k = \frac{\Sigma Xi\ k}{n}$

_ في حالة بيانات مبوبة او توزيع تكراري : $M_k = \frac{\Sigma ni.Xik}{\Sigma ni}$

ثانيا : العزوم المركزية : نرمز للعزم حول المتوسط الحسابي بالرمز µ.

تكتب العلاقة العامة للعزوم بالشكل التالي : $Mk = \frac{\sum ni(Xi - Xo)k}{\sum ni}$ ، عندما Xo=0 ، فإننا

نكون في حالة عزوم بسيطة ، اما عندما $Xo = \overline{X}$ فهذه الحالة تنطبق على العزوم المركزية و يرمز لها

بالرمز **u** .

في حالة بيانات غير مبوبة: $\mu k = \frac{\sum (X_i - \overline{X})k}{\sum ni}$

43 جيلالي جلاطو : مرجع سبق ذكره ، ص 86 .

في حالة بيانات مبوبة : $\mu k = \frac{\sum ni\left(x_i - \overline{X}\right)k}{\sum ni}$

ثالثا : معامل برسن للالتواء بالعزوم : يعتبر معامل الالتواء العزم الثالث المركزي من أدق مقاييس الالتواء و نرمز له بالرمز $\mathbf{B_1}$ وصيغته[44]:

$$\mathbf{B_1} = \frac{(U3)2}{U2\ \ 3}$$

رابعا : معامل فيشر للالتواء بالعزوم :

$$\alpha 1 = \frac{U3}{\delta 3\ x}$$

$\alpha 1 = 0$ ← منحنى متماثل

$\alpha 1 \rangle 0$ ← منحنى موجب الالتواء

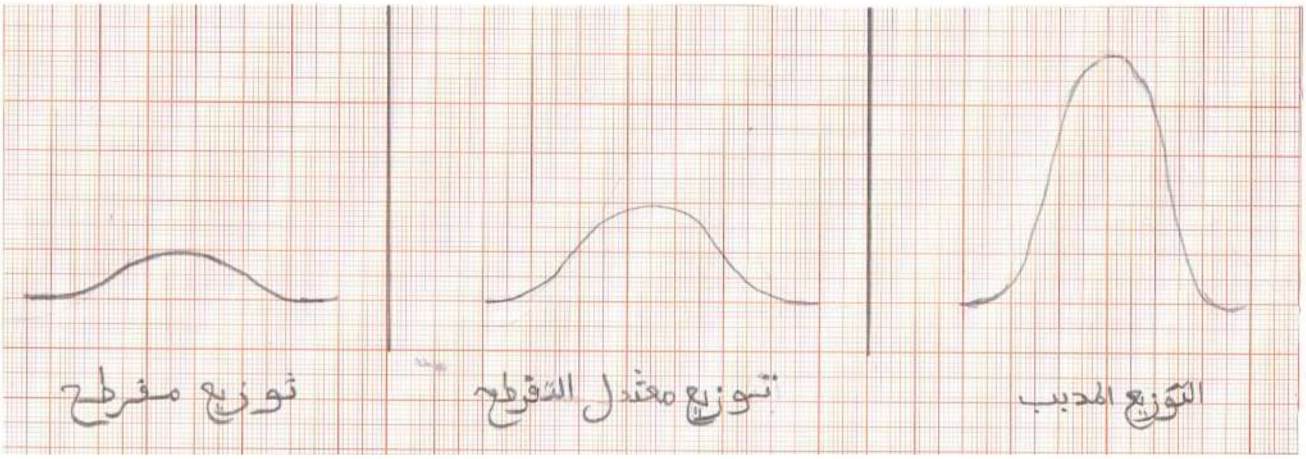
$\alpha 1 \langle 0$ ← منحنى سالب الالتواء

3.1.4 : مقاييس التفرطح بالعزوم المركزية

و يقصد به درجة تدبدب قمة منحنى التوزيع ، فعندما يكون شكل التوزيع ذات اطراف واسعة نسبيا و قمة ضيقة يطلق عليه بالمدبدب ، اما عندما تكون قمة المنحنى مسطحة فيطلق عليه بالتوزيع المفرطح ، في حين عندما يكون التوزيع بين الحالتين نطلق عليه معتدل التفرطح و هو العزم الرابع ، و نوضح ذلك التمثيل البياني التالي [45]:

44 محمد محمد جبر المغربي : الإحصاء التحليلي في البحوث الاقتصادية و الاجتماعية ، المكتبة العصرية ، مصر ، 2011 ، ص 151 .

45 عبد الحميد عبد المجيد البلداوي : مرجع سبق ذكره ، ص 160 .



كما يحسب التفلطح باستخدام معامل برسن لتفلطح بالعزوم و معامل فيشر لتفلطح بالعزوم .

أولا : معامل برسن لتفلطح بالعزوم

$$\mathbf{B_2} = \frac{U4}{U2^2}$$

حيث :

$B_2 = 3$ ← منحنى معتدل

$B_2 \rangle 3$ ← منحنى مدبب

$B_2 \langle 3$ ← منحنى مفلطح

ثانيا : معامل فيشر لتفلطح بالعزوم

$$\alpha_2 = B_2 - 3$$

حيث :

$\alpha_2 = 0$ ← منحنى معتدل

$\alpha_2 \rangle 0$ ← منحنى مدبب

$\alpha_2 \langle 0$ ← منحنى مفلطح

2.4 : التمارين و الحلول

1.2.4: التمارين

1.1.2.4 التمرين الأول

إذا كانت لدينا القيم 1،2،7،9 أوجد العزم الأول والثاني والثالث والرابع حول نقطة الأصل؟.

2.1.2.4 التمرين الثاني

أوجد العزم الأول والثاني والثالث للبيانات المبوبة في جدول التوزيع التالي، ثم أوجد التباين والانحراف المعياري؟.

الفئة	1 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	**المجموع**
التكرار	3	2	4	6	6	21

المصدر : مثال افتراضي

3.1.2.4 التمرين الثالث

أوجد العزم الأول والثاني والثالث حول المتوسط الحسابي للقيم التالية 3، 6،4، 7،5؟

4.1.2.4 التمرين الرابع

أوجد العزم الأول والثاني حول المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة في الجدول التالي:

الفئة	3 – 0	6 – 3	9 – 6	12 – 9	المجموع
التكرار	5	3	4	2	14

المصدر : مثال افتراضي

5.1.2.4 التمرين الخامس

X_i	1	2	3	4	المجموع
n_i	6	9	4	1	20

المصدر : مثال افتراضي

أدرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام معامل فيشر للالتواء ومعامل بيرسون للتفلطح؟.

6.1.2.4 التمرين السادس

بناءا على معطيات التمرين الثاني عشر من الفصل الثاني و الذي يمثل الاقدمية بالأشهر لمجموعة من العمال

Xi	ni
18 22	05
22 26	08
26 30	16
30 34	08
34 38	05
Σ	42

المصدر : مثال افتراضي

اذا علمت ان :

$\overline{X}$ = 28 , Q1= 24.75 , Q2=28 , Q3= 31.25 ,Sx= 4.24

أدرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام :

_ معامل بيرسن البسيط

_ معامل يول البسيط

_ معامل بيرسن للالتواء بالعزوم

_ معامل فيشر للالتواء بالعزوم

_ معامل بيرسن لتفلطح بالعزوم

_ معامل فيشر للتفلطح بالعزوم

2.2.4 : حلول التمارين

1.2.2.4 حل التمرين الأول

العزم الأول: $\frac{\sum X_i}{\sum ni} = \frac{9+7+2+1}{4} = \frac{19}{4} = 4.75$

العزم الثاني: $\frac{\sum X_i^2}{\sum ni} = \frac{81+49+4+1}{4} = \frac{135}{4} = 33.75$

العزم الثالث: $\frac{\sum X_i^3}{\sum ni} = \frac{729+343+8+1}{4} = 270.25$

العزم الرابع : $\frac{\sum X_i^4}{\sum ni} = \frac{6561+2401+16+1}{4} = 2244.75$

2.2.2.4 حل التمرين الثاني

الفئة	التكرار (n_i)	مركز الفئة (x_i)	n_ix_i	$n_ix_i^2$	$n_ix_i^3$
5 – 1	3	2.5	7.5	18.75	46.875
10 – 5	2	7.5	15	112.5	843.75
15 – 10	4	12.5	50	625	7812.5
20 – 15	6	17.5	105	1837.5	32156.25
25 – 20	6	22.5	135	3037.5	68343.75
المجموع	21		312.5	5631.25	109203.125

المصدر : مثال افتراضي

العزم الأول = $M_1 = \frac{\sum n_i X_i}{\sum n_i} = \frac{312.5}{21} = 14.88 = \overline{X}$

العزم الثاني = $M_2 = \frac{\sum n_i X_i^2}{\sum n_i} = \frac{5631.25}{21} = 268.15$

العزم الثالث = $M_3 = \frac{\sum n_i X_i^3}{\sum n_i} = \frac{8832}{16} = 5200.14$

التباين = العزم الثاني – مربع العزم الأول.

= 268.15 _ 221.4144 ← **التباين = 46.7356**

ومنه الانحراف المعياري = $\sqrt{\mathbf{46.7356}}$ ← **الانحراف العياري = 6.83**

3.2.2.4 حل التمرين الثالث

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{\sum ni} = \frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

Xi	$(Xi-\overline{X})$	$(Xi-\overline{X})^2$	$(Xi-\overline{X})^3$
3	**−2**	**4**	**-8**
4	**−1**	**1**	**−1**
5	**0**	**0**	**0**
6	**1**	**1**	**1**
7	**2**	**4**	**8**
Σ	**0**	**10**	**0**

المصدر : مثال افتراضي

$\mu_1 = \frac{\sum \left(X_i - \overline{x}\right)}{\sum ni} = \frac{0}{5} = 0$	$\mu_2 = \frac{\sum \left(X_i - \overline{x}\right)^2}{\sum ni} = \frac{10}{5} = 2$	$\mu_3 = \frac{\sum \left(X_i - \overline{x}\right)^3}{\sum ni} = \frac{0}{5} = 0$

4.2.2.4 حل التمرين الرابع

الفئة	n_i	x_i مركز الفئة	nx_i	$\left(x_1 - \overline{x}\right)$	$n_i\left(x_1 - \overline{x}\right)$	$n_i\left(x_1 - \overline{x}\right)^2$
3 − 0	5	1.5	7.5	−3.64	− 18.2	66.248
6 − 3	3	4.5	13.5	−0.64	− 1.92	1.2288
9 − 6	4	7.5	30	2.36	9.44	22.2784
12 − 9	2	10.5	21	5.4	10.8	58.32
المجموع	**14**		**72**		**0.12**	**148.0752**

المصدر : مثال افتراضي

_حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \rightarrow \overline{X} = \frac{72}{14} \rightarrow \overline{X} = 5.14$$

العزم الأول حول المتوسط الحسابي $0.008 = \mu_1 = \frac{\sum n_i\left(X_i - \overline{x}\right)}{\sum n_i} = \frac{0.12}{14}$

العزم الثاني حول المتوسط الحسابي $= 10.5768 = \mu_1 = \frac{\sum n_i\left(X_i - \overline{x}\right)^2}{\sum n_i} = \frac{148.0752}{14}$

5.2.2.4 حل التمرين الخامس

Xi	ni	nixi	(Xi−X)	ni(Xi−X)²	$ni(Xi-X)^3$	ni(Xi−X)	ni(Xi−X)
1	6	6	−1	−6	6	−6	6
2	9	18	0	0	0	0	0
3	4	12	1	4	4	4	4
4	1	4	2	2	4	8	16
المجموع	**20**	**40**		**0**	**14**	**6**	**26**

المصدر : مثال افتراضي

$$\overline{X} = \frac{\sum niXi}{\sum} = \frac{40}{20} = 2$$

$$\mu_1 = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})}{\sum n_i} = \frac{0}{20} = 0$$

التباين: $\mu_2 = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^2}{\sum n_i} = \frac{14}{20} = 0.7 =$

والانحراف المعياري

$$S_x = \sqrt{0.7} = 0.83$$

ومنه معامل فيشر الالتواء

$$\mu_3 = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^3}{\sum n_i} = \frac{6}{20} = 0.3$$

$$\mu_4 = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^4}{\sum n_i} = \frac{26}{20} = 1.3$$

$$F_1 = \frac{\mu 3}{(S_x)^3} = \frac{0.3}{(0.83)^3} = 0.52$$

معامل فيشر للالتواء موجب هذا يعني أن منحنى التوزيع التكراري ملتوي ناحية اليمين.

معامل بيرسون للتفلطح. $P_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} = \frac{1.3}{(0.7)^2} = 2.653$

معامل بيرسون للتفلطح أقل من 3 هذا يعني أم منحنى التوزيع يميل للتفلطح.

6.2.2.4 حل التمرين السادس

Xi	ni	xci مركز الفئة	$(xci - \overline{X})$	$(xci - \overline{X})^2$	$ni(xci - \overline{X})^2$	$ni(xci - \overline{X})^3$	$ni(xci - \overline{X})^4$
18 22	05	20	−8	64	320	**−2560**	**20480**
22 26	08	24	−4	16	128	**−512**	**2048**
26 30	16	28	0	0	0	**0**	**0**
30 34	08	32	4	16	128	**512**	**2048**
34 38	05	36	8	64	320	**2560**	**20480**
Σ	**42**				**896**	**0**	**45056**

المصدر : مثال افتراضي

اذا علمت ان :

$\overline{X} = 28$, $Q1 = 24.75$, $Q2 = 28$, $Q3 = 31.25$, $Sx = 4.24$

أدرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام :

_حساب معامل بيرسن البسيط

$$Ps = \frac{3(\overline{X} - Me)}{Sx} \rightarrow Ps = \frac{3\,(28-28)}{4.24} \rightarrow Ps = 0$$

و منه منحنى متماثل

_ حساب معامل يول البسيط

$$Sy = \frac{Q3 - Q1 - 2Me}{Q3 - Q1} \rightarrow Sy = \frac{31.25 + 24.75 - 56}{31.25 - 24.75} \rightarrow Sy = 0$$

و منه منحنى متماثل

_ حساب معامل بيرسن للالتواء بالعزوم

$$U_3 = \frac{\sum ni\left(x_i - \overline{X}\right)3}{\sum ni} \rightarrow U_3 = \frac{0}{42} \rightarrow U_3 = 0$$

و منه $U^2_3 = 0$

$$U_2 = \frac{\sum ni\left(x_i - \overline{X}\right)2}{\sum ni} \rightarrow U_2 = \frac{896}{42} \rightarrow U_2 = 21.33$$

$$U^3_2 = (21.33)^3 \rightarrow U^3_2 = 9704.48$$

$$\mathbf{B_1} = \frac{\boldsymbol{(U3)2}}{\boldsymbol{U2\ \ 3}} \rightarrow \mathbf{B_1} = \frac{\mathbf{0}}{\boldsymbol{U9704.48}} \rightarrow \mathbf{B_1} = \mathbf{0}$$

_ معامل فيشر للالتواء بالعزوم

لدينا $U_3 = 0$ و $S^3x = 76.22$

$$\alpha 1 = \frac{U3}{\delta 3\ x} \rightarrow \alpha 1 = \frac{0}{76.22} \rightarrow \alpha 1 = 0$$

$\alpha 1 = 0$ و منه المنحنى متماثل

_ معامل بيرسن لتفلطح بالعزوم

لدينا

$$U4 = \frac{\sum ni\left(x_i - \overline{X}\right)4}{\sum ni} \rightarrow U4 = \frac{45056}{42} \rightarrow U4 = 1072.76$$

لدينا

$$U_2 = 21.33 \rightarrow U^2_2 = 454.9689$$

لدينا

$$B_2 = \frac{U\ 4}{U2}\ 2 \rightarrow B_2 = \frac{1072.76}{454.9689} \rightarrow B_2 = 2.35$$

و منه $B_2 \langle\ 3$ ← منحنى مفلطح

_ معامل فيشر للتفلطح بالعزوم

$$\alpha_2 = B_2 - 3 \rightarrow \alpha_2 = 2.35 - 3 \rightarrow \boldsymbol{\alpha_2} = \mathbf{-0.65}$$

$\alpha_2 \langle\ 0$ ← منحنى مفلطح

ملخص الفصل

ان وصف الظاهرة لا يقتصر فقط على الرسومات البيانية و انما يستلزم التطرق الى الشكل العام للتوزيع لمعرفة مقياس القوة حول النقطة المركزية ، و ذلك بقياس درجة التماثل للبيانات حول متوسطها الحسابي ، و مدى تدبدب قمة منحى الالتواء ، و هذا يعطي وصفا دقيق لمجتمع او عينة الدراسة .

الخاتمة العامة

الخاتمة العامة

لوصف بيانات مجتمع معين نستخدم أولا جمع البيانات ثم تنظيمها باستخدام الجداول التكرارية و الرسومات البيانية و لكن هذا يبقى غير كاف لوصف دقيق لأي ظاهرة إحصائية بل يجب استخدام أيضا مقاييس النزعة المركزية و الهدف الأساسي منها هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها و ذلك باستخدام مقاييس المتوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال

إضافة الى مقاييس النزعة المركزية يجب استخدام مقاييس التشتت و ذلك لمعرفة مدى الاقتراب او الابتعاد للمفردات حول وسطها الحسابي و بذلك معرفة حجم الاختلاف في مجموعة البيانات و درجته و تشمل مقاييس التشتت على المدى ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط ، الانحراف المعياري و التباين ، معامل المدى ، معامل الانحراف الربيعي و معامل الاختلاف .

كما يستلزم التطرق الى الشكل العام للتوزيع لمعرفة مقياس القوة حول النقطة المركزية ، و ذلك بقياس درجة التماثل للبيانات حول متوسطها الحسابي ، و مدى تدبدب قمة منحى الالتواء ، و هذا يعطي وصفا دقيق لمجتمع او عينة الدراسة ، باستخدام مقاييس الالتواء و التفلطح.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

_جيلالي جلاطو : الإحصاء الوصفي ، تطبيقات علمية ، دار المناهج للنشر و التوزيع ، 2003 .

_سهيل أحمد سمحان و محمود حسين الوادي : مبادئ الإحصاء للاقتصاد و العلوم الإدارية ، دار الصفاء للنشر و التوزيع ، 2010 .

_محمد مفيد القومي : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي ، مركز الكتاب الأكاديمي ، الاردن ، 2013.

_موساوي عبد النور ، بركان سفيان : الإحصاء (1) ، دار العلوم ، 2009 .

_موسى عبد الناصر: دروس في الإحصاء الوصفي، كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير، جذع مشترك للسنة الأولى، 2006_2007 .

_نبيل جمعة صالح النجار : الإحصاء في التربية و العلوم الإنسانية مع تطبيقات برمجة SPSS، دار الحامد ، الأردن ،2010.