جامعة باجي مختار-عنابة

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR -ANNABA

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Faculté des Sciences Economiques ,Commerciales et des Sciences de Gestion

ميدان التكوين في علوم اقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية

مطبوعة بيداغوجية

الرياضيات المالية

دروس وتمارينات محلولة

المقياس: الرياضيات المالية

التخصص: علوم اقتصادية

المستوى: السنة الثانية

الدكتورة عويسي وردة (قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير ، جامعة باجي مختار عنابة)

السنة الجامعية: 2022/2021

مقدمة:

تلعب الرياضيات المالية دورا هاما وأساسيا في العلوم الاقتصادية، إذ لا أحد يجهل الدور البارز والمهم للعمليات المالية التي تشمل عمليات توظيف رؤوس الأموال لاستثمارها سواء كانت على شكل قروض أم سندات أم أسهم أم عقود تأمين بمختلف أشكالها.

ويعتبر مقياس الرياضيات المالية من أهم المقاييس التي يدرسها طلاب السنة الثانية والمتخصصة في العلوم الاقتصادية، مما يمكنهم من تطوير معارفهم وتعزيز تحصيلهم الأكاديمي في هذا التخصص.

وتحوي هذه المطبوعة على مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية، من خلال التطرق الى كل المفاهيم من أجل فهمها واستيعابها بأسلوب مبسط لذى الطالب. لذا تم تقسيم المطبوعة الى 6 فصول كما يلي:

الفصل الاول: الفائدة البسيطة.

الفصل الثاني: الفائدة المركبة والدفعات.

الفصل الثالث: تكافؤ (تسوية) الديون.

الفصل الرابع: معايير اختيار الاستثمارات.

الفصل الخامس: اهتلاك القروض.

الفصل السادس: التقنيات البورصية: تقييم السندات والأسهم

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

تعتبر الفائدة على العموم ذلك الدخل الناتج عن استثمار مبلغ مالي أو منح قرض معين أو تقديم خدمة معينة، فهي عائد مبلغ مالي مقترض أو مودع، وعليه فهي مقدار الزيادة في رأسمال الغير نتيجة استثماره أو إقراضه أو استعماله بطريقة أخرى مثل وضعه في البنك[1].

وتدخل الفائدة البسيطة والخصم التجاري ضمن العمليات ذات الأجل القصير التي لا تتراوح مدتها السنة في الغالب. وسيتم التطرق في هذا الفصل لمفهوم وأنواع الفائدة البسيطة، الفوائد الدورية، الخصم.

المحور الأول: الفائدة البسيطة: المفهوم والانواع

1-1 **تعريف الفائدة البسيطة:** للفائدة البسيطة عدة تعريفات نذكر منها ما يلي:

- يمكن تعريف الفائدة البسيطة على أنها" الفائدة التي تسدد بتاريخ استحقاقها ولا تضاف للمبلغ الأصلي وتحسب عليها فائدة[2].
- وتعرف أيضا بأنها" الدخل الثابت أو العائد الذي يحصل عليه صاحب مبلغ مالي مقترض أو مودع لذى بنك خلال مدة زمنية معينة لا تزيد في العادة عن السنة. وتكون محسوبة على أساس أصل المبلغ دون أن تضاف إليه فهي نهاية السنة، فهي تبقى ثابتة في كل مدة يحين فيها تاريخ استحقاقها، مادام أن المبلغ المودع لا يزال ثابتا ولم يتغير بالزيادة أو النقصان[3].

2-1 عناصر الفائدة: تتمثل العناصر الأساسية المكونة للفائدة فيما يلي:

- **المبلغ الأصل (c):** هو المبلغ الأصل الموظف أو المستثمر
- **المدة (n):** مدة الاستثمار أو مدة القرض. ويمكن حسابها على أساس:

---

[1]- صليحة بن طلحة، الرياضيات المالية، منشورات الدار الجزائرية، 2015، ص 5.

[2]- مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، ط1، 2013، ص 13.

[3]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 5.

- بالسنوات مثال مدة الاستثمار سنة :   .n=1

- بالأشهر: تحسب بقسمة عدد الأشهر(Number of months) على 12 أي $n=\frac{m}{12}$ مثال مدة الاستثمار 3 اشهر أي $n=\frac{3}{12}$.

- بالأيام: تكون مدة الاستثمار $n=\frac{Nj}{360}$ (حالة الفائدة التجارية أي 360 يوما)، بينما تكون مدة الاستثمار ($n=\frac{Nj}{365}$ أو $n=\frac{Nj}{366}$) (حالة الفائدة الصحيحة حيث 365 يوم عندما تكون سنة بسيطة و366 يوم عندما تكون سنة كبيسة).

- **(t)** معدل الفائدة

3-1 حساب الفائدة البسيطة

1) **قانون الفائدة البسيطة:** يتمثل قانون الفائدة البسيطة في[1]:

$$\underbrace{I}_{\text{الفائدة البسيطة}} = \underbrace{C}_{\text{المبلغ الأصل}} \times \underbrace{t}_{\text{معدل الفائدة}} \times \underbrace{n}_{\text{المدة}}$$

2) **قانون الجملة(V_n)**

الجملة عبارة عن مجموع المبلغ الأصل مضاف إليه الفائدة المحسوبة عليه. وفقا لذلك تحسب الجملة كمايلي[2]:

ننطلق من أن: $V_n = C + I$ ….. (1)

$I= C\times t \times n$ ….. (2)

نعوض(2) في (1) نجد أن: $V_n = C + C\times t \times n$

---

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص7.

[2]- عدنان كريم نجم الدين، الرياضيات المالية، الاكاديميون للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2013، ص 56.

وعليه: $V_n = C\,(1 + t \times n)$

2- أنواع الفوائد البسيطة

عندما تكون مدة الاستثمار بالأيام، نميز هنا نوعين من الفائدة هما[1]:

2-1) الفائدة البسيطة الصحيحة (I_r):

$$I_r = C \times t \times \frac{NJ}{366 \text{ او } 365}$$

2-1-1) الجملة على أساس الفائدة الصحيحة (V_{nr}):

$$V_{nr} = C + I_r \quad \ldots\ldots (1)$$

$$I_r = C \times t \times \frac{NJ}{366 \text{ او } 365} \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض(2) في (1) نجد أن:

$$V_{nr} = C + C \times t \times \frac{NJ}{366 \text{ او } 365}$$

$$V_{nr} = C\left(1 + t \times \frac{NJ}{366 \text{ او } 365}\right)$$

2-2) الفائدة البسيطة التجارية (I_c):

$$I_c = C \times t \times \frac{NJ}{360}$$

2-2-2) الجملة على أساس الفائدة الصحيحة (V_{nc}):

$$V_{nc} = C + I_c \quad \ldots\ldots (1)$$

[1]- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ط1، 2006، ص.ص 126-127.

$$I_c = C \times t \times \frac{NJ}{360} \ ....(2)$$

$$V_{nc} = C + C \times t \times \frac{NJ}{360}$$

نعوض(2) في (1) نجد أن:

$$V_{nc} = C \left(1 + t \times \frac{NJ}{360} \right)$$

3- العلاقة بين الفائدتين[1]:

$$\frac{Ic}{Ir} = \frac{C \times t \times NJ/360}{C \times t \times NJ/365} = \frac{365}{360}$$

$$\frac{Ic}{Ir} = \frac{73}{72} \ .....(1)$$

$$Ic = \frac{73}{72} I_r \ ....$$

(2)

$$Ir = \frac{72}{73} Ic \ ...... (3)$$

وفيما يخص الفرق بينهما نجد أن:

$$Ic - Ir = Ic - \frac{72}{73} Ic = \frac{1}{73} Ic \ .... (1-2)$$

$$Ic - Ir = \frac{73}{72} Ir - Ir = \frac{1}{72} Ir \ ....(1-2)$$

ملاحظات:

- يتم تحديد مدة القرض بالأيام وذلك بالتمييز بين تاريخ الإيداع و تاريخ السحب، بحيث يحسب احداهما فقط.

[1]- مناضل الجواري، مرجع سابق ذكره، ص.ص 28-30 .

- يتم تحديد السنة بسيطة أو كبيسة بتقسيم السنة على 4 فاذا كانت تقبل القسمة (دون بواقي) فهي سنة كبيسة أي شهر فيفري يحسب 29 يوم، بينما إذا كانت لا تقبل القسمة (بالبواقي) فهي سنة بسيطة أي شهر فيفري يحسب 28 يوم ، ما عذا السنوات القرنية التي تنتهي بصفرين مثل 1800، 1900 فهي سنوات بسيطة باستثناء سنة 2000 في سنة كبيسة (يتم القسمة هنا على 400 وليس 4) [1].
- عند حساب الفائدة بالأيام ولم يتم تحديد نوع الفائدة فإنها تحسب على أساس الفائدة التجارية لأنها الأكثر شيوعا.
- عند حساب الفائدة الصحيحة ولم يتم ذكر السنة تحسب على أساس سنة بسيطة أي 365 يوم.

التمرين رقم 1

1- ما مقدار الفائدة البسيطة على مبلغ 400 دج اقترض لمدة 4 سنوات بمعدل بمعدل 5 %.

2- ما جملة المستحق على مبلغ 600 دج اقترض لمدة 2.5 سنة بفائدة بسيطة بمعدل 3%.

الحل:

1- لدينا $n=4 \quad t=0.05 \quad c=400$

$$\mathbf{I = c \times t \times n}$$

$$I= 400 \times 0.05 \times 4$$

$$I=80$$

وعليه مقدار الفائدة البسيطة هو 80 دج.

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص10.

2- لدينا $V_{n=?}$ $n=2.5$ $t=0.03$ $c=600$

$$V_n = C(1 + t \times n)$$

$$V_n = 600(1 + 0.03 \times 2.5)$$

$$V_n = 645$$

وعليه جملة المبلغ المستحق 645 دج.

التمرين رقم 2

اقترض شخص مبلغ قدره 3000 دج لمدة 1.5 سنة بمعدل معين وفي نهاية المدة كانت الفائدة البسيطة 180 دج.

المطلوب: حساب معدل الفائدة ؟

الحل

لدينا: $n=1.5$ $c= 3000$ $I=180$ $t=?$

$$\mathbf{I = c \times t \times n}$$

$$t = \frac{I}{c \times n} = \frac{180}{3000 \times 1.5} = 0.04$$

وعليه معدل الفائدة $t=4\%$.[1]

[1]- مناضل الجواري، مرجع سابق ذكره، ص.ص 17-19.

التمرين رقم 3

1- ما هو أصل مبلغ مالي موظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة 5 %، حيث كانت جملته 15000 دج.

2- ما مقدار رأس المال الموظف لمدة 8 شهور بمعدل فائدة بسيطة 6 % وكانت الفائدة المحصلة عليها هي 2400 دج.

الحل:

1- لدينا $V_n=15000$ $n=3$ $t=0.05$ $c=?$

$$V_n = C(1 + t \times n)$$

$$c = \frac{Vn}{(1 + t \times n)}$$

$$c = \frac{15000}{(1 + 0.05 \times 3)}$$

$c=13043.47$

وعليه أصل المبلغ الموظف هو 13043.47 دج

2- $c= ?$ $I=2400$ $n=\frac{8}{12}$ $t=0.06$

$$\mathbf{I = c \times t \times n}$$

$$c = \frac{I}{t \times n} = \frac{2400}{0.06 \times 8/12} = \frac{2400 \times 12}{0.06 \times 8} = 60000$$

وعليه أصل المبلغ الموظف هو 60000 دج.[1]

التمرين رقم 4

1- احسب الفائدة التجارية ثم الصحيحة لمبلغ مالي مقداره 35000 دج، إذا كان معدل الفائدة 7 % ومدة التوظيف 75 يوم.

2- احسب جملة المبلغ الموظف على أساس الفائدة التجارية ثم الفائدة الصحيحة.

الحل

لدينا: $N_j = 75$ $t=0.07$ $c=35000$

1- حساب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

1. الفائدة التجارية

$$I_c = C \times t \times \frac{NJ}{360}$$

$$I_c = 35000 \times 0.07 \times \frac{75}{360} = 510.41$$

وعليه قيمة الفائدة التجارية تساوي 510.41 دج

2. الفائدة الصحيحة

نلاحظ لم يتم ذكر السنة وعليه 365 يوم.

$$I_r = C \times t \times \frac{NJ}{365}$$

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 12، ص17.

$$I_r = 35000 \times 0.07 \times \frac{75}{365} = 503.42$$

وعليه قيمة الفائدة الصحيحة تساوي 503.42 دج.[1]

2 – جملة على أساس الفائدة التجارية والصحيحة

1. جملة على أساس الفائدة التجارية

$$V_{nc} = \mathbf{C} \left(1 + t \times \frac{NJ}{360}\right)$$

$$V_{nc} = 35000 \left(1 + 0.07 \times \frac{75}{360}\right) = 35510.41$$

جملة على أساس الفائدة التجارية تساوي 35510.41 دج.

2. جملة على أساس الفائدة الصحيحة

$$V_{nr} = C \left(1 + t \times \frac{NJ}{365}\right)$$

$$V_{nr} = 35000 \left(1 + 0.07 \times \frac{75}{365}\right) = 35503.42$$

جملة على أساس الفائدة الصحيحة تساوي 35503.42 دج.

التمرين رقم 5

ما هو مقدار رأس المال الموظف خلال الفترة الممتدة من 2012/02/13 إلى 2012/07/06 بمعدل الفائدة بسيطة 5 % ، وإذا كانت الفائدة المحصل عليها هي 1380 دج.

الحل

لدينا $t=0.05$ $c=1380$

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 10-11.

حساب عدد الأيام للفترة الممتدة من 2012/02/13 إلى 2012/07/06، بمأن قسمة 2012 على 4 تساوي 503، وعليه عدد أيام فيفري 29 يوم.

عدد الأيام = (29−13) فيفري + 31 مارس+ 30 أفريل + 30 جوان + 6 جويلية = 144 يوم.

$$I_{c=} C \times t \times \frac{NJ}{360}$$

$$C= \frac{Ic \times 360}{t \times NJ} = \frac{1380 \times 360}{0.05 \times 144} = 69000$$

مقدار رأس المال تساوي 69000 دج.[1]

التمرين رقم 6

ما لفرق بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية لمبلغ 20000 دج إذا استثمر بفائدة بسيطة بمعدل 5 % سنويا عن المدة ما بين 20 أفريل حتى 16 أكتوبر.

الحل

لدينا: $c=20000 \quad t=0,05 \quad N_{j=}? \quad Ic - Ir =?$

عدد الأيام= 10 افريل (30−20) + 31 ماي+ 30 جوان+ 31 جويلية+ 31 أوت+ 30 سبتمبر+ 16 أكتوبر= 179 يوم

لدينا:

$$Ic - Ir = Ic - \frac{72}{73}\ Ic = \frac{1}{73}\ Ic$$

$$Ic - Ir = \frac{1}{73}\ Ic = \frac{1}{73}\left(C \times t \times \frac{NJ}{360}\right)$$

$$= \frac{1}{73}\left(20000 \times 0.05 \times \frac{179}{360} \right) = 6.81$$

أو

$$Ic - Ir = \frac{73}{72}\ Ir - Ir = \frac{1}{72}\ Ir$$

---

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص13.

$$Ic - Ir = \frac{1}{72} Ir = \frac{1}{72}(c \times t \times \frac{NJ}{365})$$

$$= \frac{1}{72}(20000 \times 0.05\times \frac{179}{365}) = 6.81$$

وعليه الفرق بين الفائدتين يساوي 6.81 دج.[1]

المحور الثاني: الفوائد الدورية و فوائد التأخير

1-طريقة النمر و القاسم

يتم تطبيق هذه الطريقة في حالة العديد من رؤوس الأموال $C_2...C_n$، C_1، بنفس معدل الفائدة t لفترات مختلفة n_n ....n_1،n_2 إجمالي الفائدة التي تنتجها رؤوس الأموال[2].

$$\sum I= C_1.n_1.t + C_2.n_2.t + . . . + C_n.n_n.t$$

إذا كانت المدة بالأيام نجد أن:

(فائدة تجارية) $\sum_{I=1}^{N} IC = IC1 + IC2 + ... +ICN$

(فائدة صحيحة) $\sum_{I=1}^{N} IR = IR1 + IR2 + ... +IRN$

فإذا كان المعدل مشترك (حالة الفائدة التجارية) فإن:

$$\sum_{I=1}^{N} IC = C1 \times t \frac{Nj1}{360} + C2 \times t \frac{Nj2}{360} + ... +Cn \times t \frac{Njn}{360}$$

$$\sum_{I=1}^{N} IC = \frac{t}{360} [C1 \times Nj1 + C2 \times Nj2 + ... +Cn \times Njn]$$

$$\sum_{I=1}^{N} IC = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}}$$

---

[1]- غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص.ص 130-131.

[2] - Mohamed DIOURI, Adil ELMARHOUM,MATHEMATIQUES FINANCIERES Cours et exercices avec solutions, Collection Sciences Techniques et Managements des éditions TOUBKAL Publications du Centre de Recherche en Gestion (CRG) de l'IGA, p.p 21-22.

بحيث القاسم يساوي $\frac{360}{t}$.

فإذا كان المعدل مشترك (حالة الفائدة الصحيحة) فإن:

$$\sum_{I=1}^{N} IR = \frac{t}{365} \left[C1 \times Nj1 + C2 \times Nj2 + \ldots . + Cn \times Njn \right]$$

$$\sum_{I=1}^{N} IC = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}}$$

بحيث القاسم يساوي $\frac{365}{t}$.

ملاحظة: نفس الطريقة في حالة القاسم المشترك رأس المال(c) أو المدة(N_j).

التمرين رقم 7

أوجد الفائدة التجارية الناتجة عن استثمار المبالغ التالية باستخدام طريقة النمر والقاسم علما أن معدل الفائدة البسيطة 6 % سنويا؟

- 350 دج لمدة 65 يوم؛
- 300 دج لمدة 30 يوم؛
- 450 دج لمدة 90 يوم.

الحل:

$$\sum_{I=1}^{N} IC = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}}$$

$$\text{النمر} = C1 \times Nj1 + C2 \times Nj2 + C3 \times Nj3 = 350 \times 65 + 300 \times 30 + 450 \times 90$$

$$\text{النمر} = 22750 + 9000 + 40500 = 72250.$$

$$\text{القاسم} = \frac{360}{T} = \frac{360}{0.06} = 6000$$

$$\sum_{I=1}^{N} IC = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{72250}{6000} = 12.04$$

وعليه مجموع الفوائد لمبالغ المستثمرة يساوي 12.04 دج.[1]

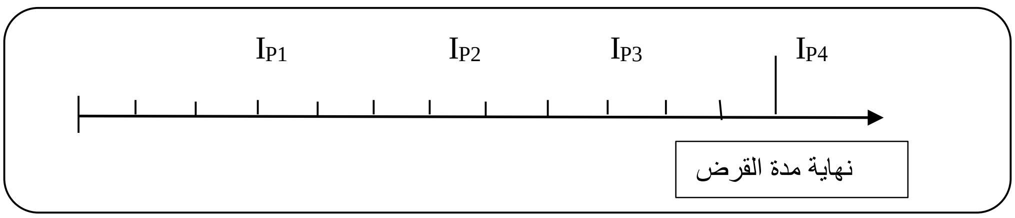
ويمكن استعمال هذه الطريقة لإيجاد الخصم التجاري لمجموعة مبالغ، و ذلك بشرط أن يكون معدل الخصم هو نفسه لكل المبالغ.

2- الفوائد الدورية وفوائد التأخير[2]**:**

الفوائد الدورية هي الفوائد التي تدفع على دفعات حسب كل وحدة زمنية التي يمكن أن تكون سنوية أو شهرية، وتحسب الفائدة الدورية كما يلي $Ip = \frac{I}{\text{عدد الدورات}} = \frac{C \times t \times n}{Nf}$.

ويكمن توضيح كيفية تحديد عدد الدورات مثال: تحسب الفائدة الدورية في نهاية كل ثلاثي لمدة سنة أي 12 شهر وذلك حسب الشكل التالي:

الشكل رقم (01): الفوائد الدورية في نهاية كل دورة



1- غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص.ص 134-135.

2- نفس المرجع، ص.ص 145-146.

ومنه عدد الدورات تساوي 4

وعليه اجمالي المبلغ المدفوع إلى غاية نهاية مدة القرض يساوي ما يلي:

$$Vn = C + \sum Ip$$

وتجدر الإشارة أنه عندما لا يستطيع المدين دفع الفوائد الدورية سواء كلها أو بعضها في الفترات الزمنية المتفق عليها في عقد القرض، فإن الدائن له الحق في مطالبة المدين بفوائد على الفوائد الدورية المتأخرة، كذلك في حالة تأخير الدين الأصلي يترتب عليه دفع فائدة تأخير.

التمرين رقم 8

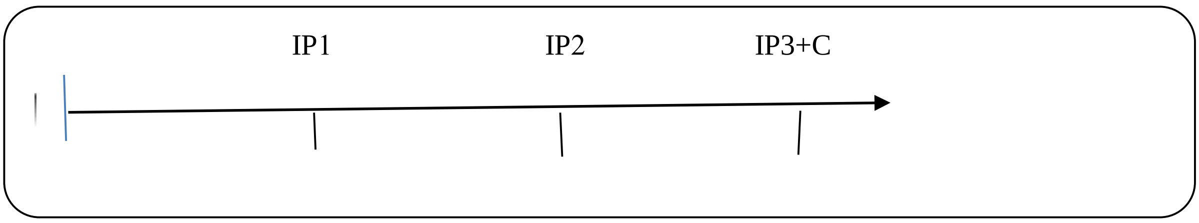
اقترض مبلغ 25000 دينار بفائدة بسيطة معدلها السنوي 5 % وتم الاتفاق على تسديد الفوائد بشكل دوري في نهاية كل أربعة أشهر، فإذا كانت مدة القرض 12 شهرا المطلوب:

- مقدار الفائدة الدورية الواحدة.
- أخر دفعة يدفعها المدين.

الحل:

C= 25000 t=0.05 $N_{f=}$ 3 n= $\frac{12}{12} = 1$

1 – ايجاد الفائدة الدورية التي يدفعها المدين في نهاية كل 4 أشهر



$$IP = \frac{I}{Nf} = \frac{C \times T \times n}{Nf}$$

$$IP = \frac{25000 \times 0.05 \times 1}{3} = 416.67$$

الفائدة الدورية الواحدة 416.67 دينار

2- إيجاد أخر دفعة يدفعها المدين (أخر دفعة + مبلغ الأصل)

416.67 + 25000 = 25416.67 دينار [1].

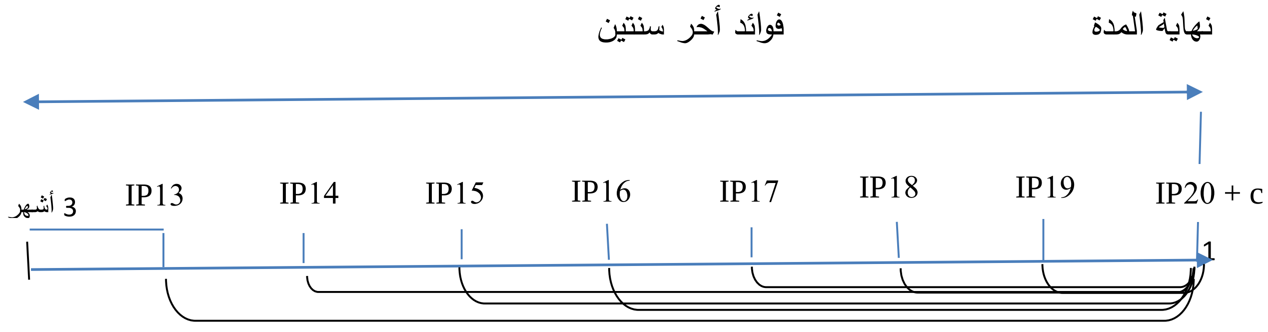
التمرين رقم 9

شخص مدين بملغ 8500 دينار بفائدة بسيطة قدرها 6 % وذلك لمدة 5 سنوات على أن تدفع الفائدة في نهاية كل 3 أشهر، فإذا تأخر هذا الشخص عن تسديد الفوائد الدورية المستحقة علية لمدة أخر سنتين، علما بأن فوائد التأخير كانت تحسب على أساس 8% .

- أوجد المبلغ الواجب على المدين دفعه في نهاية المدة.

- أوجد المبلغ الواجب على المدين دفعه إذا كانت مدة تأخير 4 اشهر بعد مدة القرض بما فيها مبلغ الأصل.[2]

الحل



[1]- عدنان كريم نجم الدين، مرجع سابق ذكره ،ص 87. بتصرف

[2]- غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص.ص 146-147. بتصرف.

1- حساب قيمة الفائدة الدورية الواحدة:

الفوائد الدورية تدفع في نهاية 3 أشهر لمدة 5 سنوات وعليه عدد الدورات 20 أي Nf=20 ، n=5.

$$IP = \frac{I}{Nf} = \frac{C \times T \times n}{Nf}$$

$$IP = \frac{8500 \times 0.06 \times 5}{20} = 127.5 \text{ دينار}$$

2– حساب المبلغ الواجب دفعه على المدين في نهاية المدة

اجمالي المبلغ المدفوع= المبلغ الأصل+ الفوائد الدورية المتبقية(IP_{13} +…….IP_{20}) + فوائد التأخير

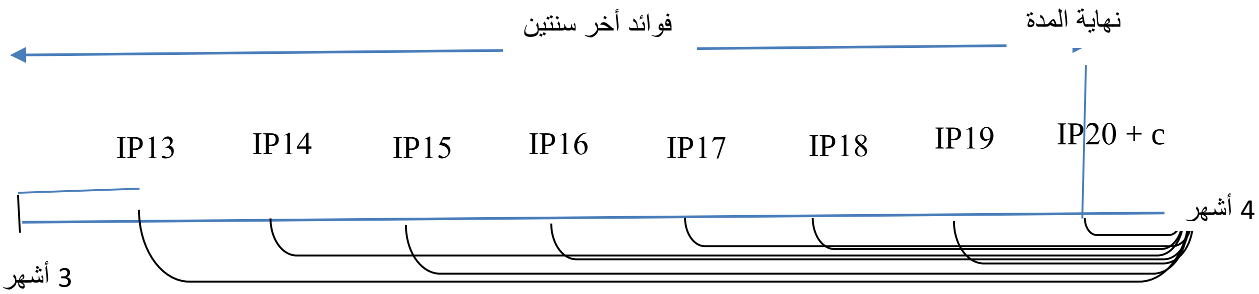
على (IP_{13} +…….IP_{19}).

$$V_n = c + 8(I_P) + I_{P13} \times 0.08 \times \frac{21}{12} + I_{P14} \times 0.08 \times \frac{18}{12} + I_{P15} \times 0.08 \times \frac{15}{12} + I_{P16} \times 0.08 \times \frac{12}{12} + I_{P17} \times 0.08 \times \frac{9}{12} + I_{P18} \times 0.08 \times \frac{6}{12} + I_{P19} \times 0.08 \times \frac{3}{12}$$

$$V_n = 8500 + 8(127.5) + 127.5 \times 0.08 \times \frac{21}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{18}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{15}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{12}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{9}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{6}{12} + 127.5 \times 0.08 \times \frac{3}{12} = 9591.4 \text{ دينار}$$

3– المبلغ الواجب على المدين دفعه إذا كانت مدة تأخير 4 اشهر

ما يدفعه المدين = الأصل + (الفوائد الدورية المتبقية) + فائدة التأخير على كل فائدة دورية متأخرة + فائدة التأخير على الأصل.



اجمالي المبلغ المدفوع= المبلغ الأصل+ الفوائد الدورية المتبقية(IP_{13} +.......IP_{20}) + فوائد التأخير على (IP_{13} +.......IP_{20})+ فائدة تأخير على الأصل.

$$V_{n}= c + 8(I_{P})+ I_{P13}\times 0.08\times\frac{25}{12}+ I_{P14}\times 0.08\times\frac{22}{12}+ I_{P15}\times 0.08\times\frac{19}{12}+ I_{P16}\times 0.08\times\frac{16}{12}+$$

$$I_{P17}\times 0.08\times\frac{13}{12}+ I_{P18}\times 0.08\times\frac{10}{12}+ I_{P19}\times 0.08\times\frac{7}{12}+ I_{P20}\times 0.08\times\frac{4}{12}+ c\times 0.08\times\frac{4}{12}$$

$$Vn= 8500+ 8(127.5) + 127.5\times 0.08\times\frac{25}{12} + 127.5\times 0.08\times\frac{22}{12} + 127.5\times 0.08\times\frac{19}{12} +$$

$$127.5\times 0.08\times\frac{16}{12} + 127.5\times 0.08\times\frac{13}{12} + 127.5\times 0.08\times\frac{10}{12} + 127.5\times 0.08\times\frac{7}{12} +$$

$$127.5\times 0.08\times\frac{4}{12} + 8500\times 0.08\times\frac{4}{12} = 9845.27.$$

التمرين رقم 10

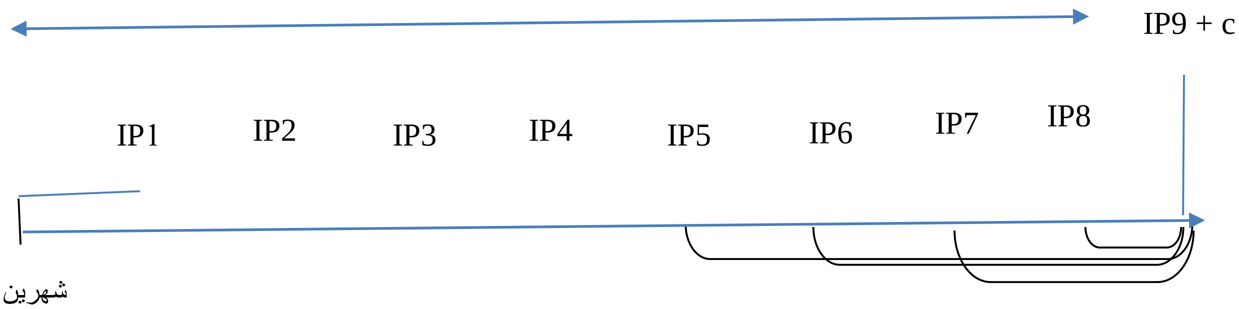
اقترض شخص مبلغ 36000 دج لمدة سنة ونصف بمعدل فائدة 13 % سنويا واتفق مع الدائن على أن يسدد له الفوائد الدورية في نهاية كل شهرين، إلا أنه بعد قيام المدين بسداد الفوائد الدورية الأربعة الأولى في مواعيدها اتفق على تأجيل سداد باقي الفوائد الدورية إلى تاريخ سداد القرض مع احتساب فوائد تأخير بمعدل 16 % سنويا[1].

[1]- عبد الله توفيق الهلباوي، الرياضيات المالية، مكتبة الحرية للنشر والتوزيع، 2009، ص.ص 132-133.

المطلوب

- عدد الفوائد الدورية وقيمتها.
- مجموع فوائد تأخير الفوائد الدورية.
- المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ استحقاق القرض.

الحل



عدد الفوائد الدورية:

سنة ونصف أي 18 شهر والفوائد الدورية تدفع كل شهري أي:

$$Nf = \frac{18}{2} = 9$$

قيمة الفائدة الدورية الواحدة:

$$IP = \frac{I}{Nf} = \frac{C \times T \times n}{Nf}$$

$$IP = \frac{36000 \times 0.13 \times 1.5}{9} = 780\ DA$$

مجموع فوائد تأخير الفوائد الدورية = فوائد التأخير على ($IP_8 + IP_7 + IP_6 + IP_5$)

$$I_{P5} \times 0.16 \times \frac{8}{12} + I_{P6} \times 0.16 \times \frac{6}{12} + I_{P7} \times 0.16 \times \frac{4}{12} + I_{P8} \times 0.16 \times \frac{2}{12}$$

$$780 \times 0.16 \times \frac{8}{12} + 780 \times 0.16 \times \frac{6}{12} + 780 \times 0.16 \times \frac{4}{12} + 780 \times 0.16 \times \frac{2}{12} = 208 \text{ DA}$$

المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ استحقاق القرض:

اجمالي المبلغ المدفوع= المبلغ الأصل+ الفوائد الدورية المتبقية($IP_5 + IP_6 + IP_7 + IP_8 + IP_9$) + فوائد التأخير على ($IP_5 + IP_6 + IP_7 + IP_8$)+ فائدة تأخير على الأصل.

$$V_n = 36000 + 5(780) + 208 = 40108 \text{ DA.}$$

المحور الثالث: الخصم التجاري والصحيح

إذا اتفق المدين مع الدائن على تسديد الدين قيب تاريخ استحقاقه فإن هذا يسمى خصم الديون أو تسديدها قبل تاريخ الاستحقاق، كذلك يمكن أن تباع الورقة التجارية إلى أحد البنوك حيث يحصل الدائن على مبلغ أقل من الجملة. ويكمن حسابه حسب المعادلة الأتية[1]:

الخصم(E) : القيمة الأسمية (V) – القيمة الحالية (V_a)

$$E = V - V_a$$

1– أنواع الخصم[2]

1–1 الخصم التجاري (Ec): ويحسب على أساس القيمة الحقيقية للدين أو القيمة الإسمية.

$$\underset{\uparrow}{Ec} = \underset{\nearrow}{V} \times \underset{\nwarrow}{t} \times \underset{\nearrow}{n}$$

الخصم التجاري — القيمة الاسمية — معدل الخصم — مدة الخصم

---

[1]- عبد الله توفيق الهلباوي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 151-152.

[2]- عدنان كريم نجم الدين، مرجع سابق ذكره، ص.ص 95 -102 .

ويمكن حساب القيمة الحالية التجارية كما يلي:

$$V_a = V - Ec$$

$$V_a = V - V \times t \times n$$

$$V_a = V(1 - t \times n)$$

2-2 الخصم الصحيح (E_r): يحسب على أساس القيمة الحالية للدين.

$$\underset{\text{الخصم}}{Er} = \underset{\text{القيمة الحالية}}{\bar{V}a} \times \underset{\text{معدل الخصم}}{t} \times \underset{\text{مدة الخصم}}{n}$$

ويمكن حساب القيمة الحالية الصحيحة كالتالي:

$$\bar{V}_a = V - E_r$$

$$\bar{V}_a = V - (\bar{V}_a \times t \times n)$$

$$V = \bar{V}_a + (\bar{V}_a \times t \times n)$$

$$\bar{V}_a = \frac{V}{(1 + t \times n)}$$

ملاحظة: كل من الخصم التجاري والحقيقي تحسب على أساس عدد أيام السنة هو 360 يوم.

2- العلاقة بين الخصم التجاري و الخصم الحقيقي[1]

---

[1]- عدنان كريم نجم الدين، مرجع سابق ذكره، ص 105.

لدينا:

$$Ec = V \times t \times n \quad ......(1)$$

$$E_r = \overline{V}_a \times t \times n \quad ....(2)$$

$$\overline{V}_a = \frac{V}{(1+ t\times n)} \quad ....(3)$$

بتعويض (3) في (2) نجد أن:

$$E_r = \frac{V \times t \times n}{(1+ t\times n)}$$

وعليه نستنتج أن:

$$Er = \frac{Ec}{(1+t\times n)}$$

التمرين رقم 11

ورقة تجارية قيمتها الإسمية تبلغ 20250 دج، تاريخ استحقاقها في نهاية جوان تم خصمها بتاريخ 11 أفريل بمعدل خصم 5 %.

المطلوب: حساب الخصم التجاري ثم الخصم الحقيقي.

الحل

V= 20250 t= 0.05 Nj= 80 Er=? Ec=?

1) تحديد عدد أيام الخصم: (30−11) أفريل + 31 ماي + 30 جوان = 80 يوم

2) تحديد الخصم الصحيح

$Er = \bar{V}a \times t \times n$

$$\bar{V}_a = \frac{20250}{(1+0,05 \times 80/360)} = 20027.47 \text{ Da}$$

$$Er = 20027.47 \times 0.05 \times \frac{80}{360} = 222.53 \text{ Da}$$

2) تحديد الخصم التجاري

$$Ec = V \times t \times n$$

$$Ec = 20250 \times 0.05 \times \frac{80}{360} = 225 \text{ Da} \quad .$$

التمرين رقم 12

ورقة تجارية تستحق الدفع بعد 120 يوم من تاريخ خصمها، كان مبلغ خصمها الحقيقي يساوي 600 دج وخصمها التجاري يساوي 624 دج.

1- أحسب معدل الخصم المطبق عليها.

2- أحسب القيمة الإسمية للورقة التجارية بالخصم التجاري.

3- أحسب القيمة الإسمية للورقة التجارية بالخصم الصحيح .[1]

الحل

$Ec=624 \qquad Er= 600 \qquad n=\frac{Nj}{360}$

1- حساب معدل الخصم المطبق

[1]- ناصر دادي عدوان، تقنيات مراقبة التسيير: الرياضيات المالية، دار المحمدية الجزائر، الجزء الأول، 1995 ، ص 34، ص.ص 196-198.

لدينا

$$Er = \frac{Ec}{(1+t\times n)}$$

$$\frac{Ec}{Er} = (1 + t \times n)$$

$$\frac{624}{600} - 1 = t \times n \Longrightarrow 1.04-1 = t\times \frac{Nj}{360}$$

$$t = \frac{0.04\times 360}{120} = 0.12 \Longrightarrow t = 12\ \%$$

2- حساب القيمة الإسمية للورقة التجارية بالخصم التجاري

$$Ec = V \times t \times n$$

$$V = \frac{EC}{t\times n} = \frac{624\times 360}{0.12\times 120} = 15600 \text{ Da}$$

3- القيمة الإسمية للورقة التجارية بالخصم الصحيح

لدينا

$$Er = \mathrm{V_a} \times t \times n$$

$$\mathbf{V_a} = \frac{\mathbf{V}}{(\mathbf{1}+ \mathbf{t}\times \boldsymbol{n})}$$

$$V = \mathrm{V_a}\,(1+t\times n)$$

$$\mathrm{V_a} = \frac{ER}{t\times n} = \frac{600\times 360}{0.12\times 120} = 15000 \text{ Da}$$

$$V = 15000(1+0.12\times 120/360) = 15600 \text{ Da}$$

أو

$$V = \mathrm{V_a} + Er$$

$$V = 15000 + 600 = 15600 \text{ Da}$$

التمرين رقم 13

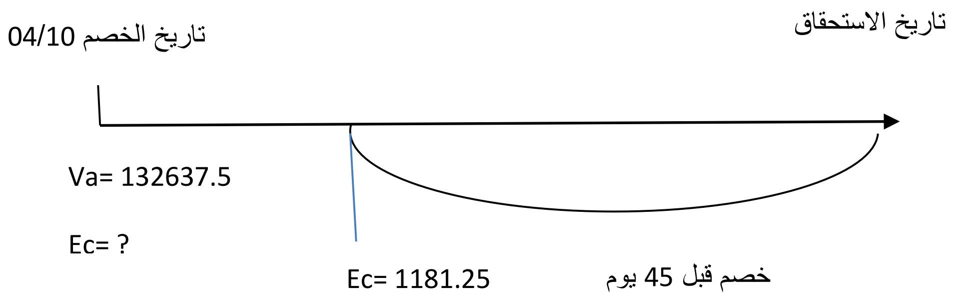
ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ 10 أفريل بنسبة 7 % فبلغت قيمتها الحالية التجارية 132637.5 دج، فإذا خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها لمدة 45 يوم لانخفضت قيمة الخصم ب 1181.25 دج عن القيمة السابقة.

المطلوب

- أحسب القيمة الأسمية لهذه الورقة.

- مدة وتاريخ استحقاق الورقة.

الحل



1- حساب القيمة الإسمية للورقة

بمان القيمة الأسمية للورقة تبقى ثابتة لا تتغير مهما تغيرت مدة الخصم وعليه نجد أن :

$$Ec = V \times t \times n \Longrightarrow V = \frac{EC}{t \times n} = \frac{1181.25 \times 360}{0.07 \times 45} = 135000 \text{ Da}$$

2- مدة وتاريخ استحقاق الورقة

$$V = Va + Ec \Longrightarrow Ec = V - Va$$

$$= 135000 - 132637.5$$

$$= 2362.5 \text{ Da}$$

$$n = \frac{EC}{t \times v} = \frac{2362.5}{0.07 \times 135000} = 0.25$$

$$n = \frac{Nj}{360} \Longrightarrow Nj = n \times 360$$

$$= 0.25 \times 360 = 90 \text{ j}$$

تاريخ استحقاق الورقة ابتداء من تاريخ الخصم: (30−10) أفريل + ماي (31)+ جوان (30) + 9 جويلية = 90 يوم

وعليه تاريخ استحقاق الورقة 9 جويلية[1].

الفصل الثاني: الفائدة المركبة والدفعات

المحور الاول: الفائدة المركبة

يمكن القول أن الفائدة المركبة عبارة عن مبلغ موظف بفائدة مركبة فإذا كانت فوائد كل عام تدخل بالتوظيفات اللاحقة، بمعنى أن أصل المبلغ لا يبقى ثابتا بل تضاف إليه كل سنة فوائد السنة السابقة[2].

وتجدر الإشارة أن الفائدة البسيطة تحسب على الأصل ولا تضاف إلى رأس المال، بل تدفع لصاحبها في نهاية مدة الاستثمار أو مدة القرض، أما الفائدة المركبة فهي تحسب كل فترة زمنية وتضاف إلى رأس المال

[1]- ناصر دادي عدوان، تقنيات مراقبة التسيير: الرياضيات المالية، دار المحمدية الجزائر، الجزء الثاني، 2001، ص 28.
[2]- عبد الرزاق فاضل، منذر عواد، ياسر الجندي، الرياضيات المالية والعامة، منشورات جامعة دمشق، 2004، ص 21.

في الفترة الزمنية التالية، و ينتج عنها فائدة أي في كل نهاية فترة زمنية تحسب الفائدة و تضاف إلى رأس المال مباشرة و تصبح جزء أساسي من رأس المال[1].

1- قانون الجملة للفائدة المركبة

C_0 : رأس المال أو الأصل المستثمر.

t : معدل الفائدة.

n : عدد الوحدات الزمنية.

C_n : القيمة المحصلة في نهاية الفترة (الجملة)

الجدول رقم (01): قانون الجملة للفائدة المركبة

الفترات	رأس في بداية المدة	الفوائد في نهاية كل فترة	القيمة المحصلة في نهاية الفترة (الجملة)
1	C_0	$C_0\ t$	$C_1 = C_0 + C_0 \times t = C_0\ (1+t)$
2	$C_1 = C_0\ (1+t)$	$C_0\ (1+t)\ t$	$C_2 = C_0\ (1+t)^2$
3 . . .	$C_2 = C_0\ (1+t)^2$	$C_0\ (1+t)^2\ t$	$C_3 = C_0\ (1+t)^3$
n	$C_n = C_0\ (1+t)^{n-1}$	$C_0\ (1+t)^{n-1}\ t$	$C_n = C_0\ (1+t)^n$

[1] – غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص 88.

ومنه نستنتج أن[1]:

عبارة الجملة كمايلي: $C_n = C_0 (1+t)^n$

والقيمة الحالية في الفائدة المركبة تتمثل في:

لدينا: $C_n = C_0 (1+t)^n$

وعليه: $C_0 = C_n (1+t)^{-n}$

ويتم حساب الفائدة أو مجموع الفوائد كالأتي:

$$I = C_n - C_0 = C_0 (1+t)^n - C_0$$

$$I = C_0 [(1+t)^n - 1]$$

التمرين رقم 14

مبلغ 430000 دج أودع لدى بنك لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5 % لكل سداسي.

1- أحسب الجملة المحققة في نهاية المدة.

2- أحسب الفوائد المحصل عليها في هذه المدة.

الحل

1- أحسب الجملة المحققة في نهاية 3 سنوات

لدينا

$$C_n = C_0 (1+t)^n$$

$$= 430000 (1+0.05)^6 = 430000 \times 1,340095641$$

$$= 576241,1255 \text{ DA}$$

[1] - Abdellatife Sadiki, Najib Mikou, Mathématiques financiéres, Casablanca, 4 édition,P.P40-41.

2- الفوائد المحصل عليها في هذه المدة

$$I = C_n - C_0$$

$$I = 576241,1255 - 430000 = 146241,1255 \text{ DA}$$

أو

$$I = C_0 [(1+t)^n - 1]$$

$$I = 430000 [(1+0,05)^6 - 1] = 146241,1255 \text{ DA}$$[1].

التمرين رقم 15

مؤسسة أودعت مبلغ 200000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركب 11,2 % سنوي.

1- أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة.

2- أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة.

3- إذا تم سحب مبلغ 200000 دج في نهاية السنة الرابعة ووضع في بنك أخر بمعدل فائدة 3,5 %

ثلاثيا.

المطلوب

أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين.

الحل

1- حساب جملة المبلغ في نهاية المدة

$$C_n = C_0 (1+t)^n$$

$$= 200000 (1,112)^7 = 200000 \times 2,102488$$

$$= 420497,58 \text{ DA}$$

[1]- ناصر دادي عدوان، الجزء الأول، مرجع سابق ذكره، ص62.

2- أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة

$I = C_n - C_0$

$= 420497{,}58 - 200000 = 220497{,}58$ DA

3- ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين

أ) حساب ما تجمع في البنك الأول في نهاية السبع السنوات = المبلغ المتبقي بعد سحب 200000 من الجملة المتراكمة في سنوات الأربع واستثمر لمدة 3 سنوات المتبقية.

$C_{n1} = [\, C_{0\,1}\ (1 + T1)^{4} - 200000\,]\ (1 + T1)^{3}$

$C_{n1} = [\, 200000\ (1{,}112)^{4} - 200000\,]\ (1{,}112)^{3} = 145490{,}20$ DA

ب) حساب ما تجمع في البنك الثاني في نهاية السبع السنوات

المعدل ثلاثي والمدة 3 سنوات وعليه n=12

$C_{n2} = C_{n1}\ (1 + T2)^{2} = 200000\ (1{,}035)^{12} = 302213{,}8$ DA

وعليه

$C_n = C_{n1} + C_{n2}$

$= 145490{,}20 + 302213{,}8 = 447704$ DA[1].

التمرين رقم 16

أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك ليستثمر بمعدل فائدة مركبة سنوي مقداره 7 % ، فكانت جملته بعد 10 سنوات من الإيداع مبلغ 196000 دينار. فما هو المبلغ المودع في بداية المدة (أصل المبلغ).

[1]- ناصر دادي عدوان، الجزء الثاني، مرجع سابق ذكره، ص56.

الحل

$$C_0 = C_n (1+t)^{-n}$$

$$C_0 = 196000 (1+0,07)^{-10} = 196000 \times 0,5084$$

$= 99636,46$ دينار [1].

التمرين رقم 17

أودع شخص مبلغ 3526.40 دج في مصرف بفائدة 6 % ، فبعد مدة وجد أن المبلغ أصبح 4200 دج .

ما المدة التي أودع فيها المبلغ.

الحل

$$C_0 = C_n (1+t)^{-n} \Longrightarrow (1+t)^{-n} = \frac{C0}{Cn}$$

$$\Longrightarrow (1+0.06)^{-n} = \frac{3526.40}{4200} = 0.839619$$

من القراءة في الجدول المالي المتعلق ب $(1+t)^{-n}$ عند معدل الفائدة 6 % والقيمة 0.839619 نجد

أن : $n= 3$.[2]

المحور الثاني: الدفعات

تعرف الدفعات على أنها مبالغ تسدد أو تدفع خلال فترات زمنية معينة وهي دفعات متساوية، حيث تسمى الدفعة التي تدفع في نهاية المدة بالدفعة العادية أو دفعة سداد وتكون عادة بسداد القروض، أما إذا كانت الدفعة

1– موسى شقيري نوري، نور محمود ابراهيم، الرياضيات المالية، الطبعة الثانية، دار المسيرة للنشر والتوزيع: عمان، الأردن، 2011 ، ص 129.

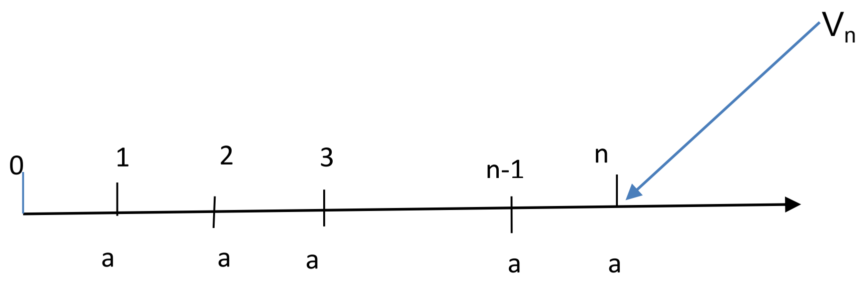
2- عبد الرزاق فاضل، منذر عواد، ياسر الجندي، الرياضيات المالية والعامة، مرجع سابق ذكره، ص 29. بتصرف.

تدفع في بداية كل مدة زمنية فتسمى بالدفعة غير العادية أو الدفعة الفورية أو دفعة استثمارية وتكون عادة دفعات لحساب التوفير أو أقساط التأمين[1]. وهي عبارة عن مبالغ مالية تدفع او تسدد خلال فترات زمنية معينة ثابتة ومتساوية، حيث تكون المدة إما تكون (سنوية، سداسية، ثلاثية أو شهرية .... الخ)[2].

2-1 دفعات نهاية المدة: دفعات سداد (المتساوية العادية)[3]

2-1-1 جملة دفعات السداد

الشكل رقم (02): الدفعات نهاية المدة



الدفعة أو القسط =a   عدد الدفعات =n

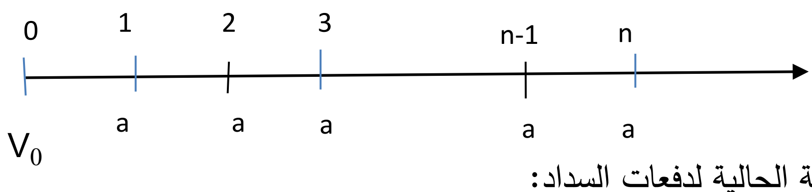
وتكون جملة دفعات السداد:

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

2-1-2 القيمة الحالية لدفعات السداد (نهاية المدة)

[1]- غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص 227.
[2]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 116.
[3]- ناصر دادي عدوان، الجزء الأول، مرجع سابق ذكره، ص.ص 86-90.

الشكل رقم (03): القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة



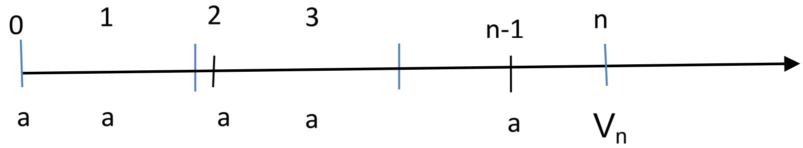
وتكون القيمة الحالية لدفعات السداد:

$$V_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

2-2 دفعات بداية المدة: دفعات الاستثمار (المتساوية غير العادية)[1]

2-2-1 جملة دفعات الاستثمار

الشكل رقم (04): الدفعات بداية المدة



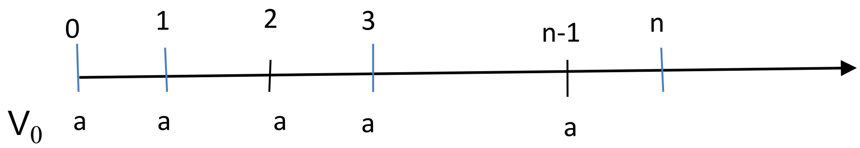
وتكون جملة دفعات بداية المدة:

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t} (1+t)$$

2-2-2 القيمة الحالية لدفعات الاستثمار (بداية المدة)

1- ناصر دادي عدوان، الجزء الأول، مرجع سابق ذكره، ص.ص 91-100.

الشكل رقم (05): القيمة الحالية لدفعات الاستثمار



وتكون القيمة الحالية لدفعات السداد:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\,(1+t)$$

التمرين رقم 18

مؤسسة تودع في نهاية كل سداسي مبلغ 58000 دج في مؤسسة مصرفية لمدة 6 سنوات.

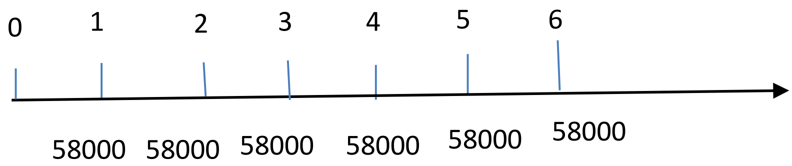
المطلوب

- أحسب جملة ما تجمع لهذه المؤسسة في نهاية 6 سنوات إذا كان معدل الفائدة المستعمل سداسي هو 8.5 % .
- أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات.
- في حالة لو أن هذه الدفعات كانت في بداية المدة احسب ما تجمع في نهاية 6 سنوات ثم القيمة الحالية؟

الحل

a= 58000 t= 0.085

1- في حالة دفعات نهاية المدة



- حساب الجملة

بمأن معدل سداسي والمدة بالسنوات يجب التوافق بين المدة والمعدل أي $n = 6 \times 2 = 12$

وعليه $V_n = a \dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$

$$V_n = 58000 \dfrac{(1+0.085)^{12} - 1}{0.085} = 58000 \times 19.549249$$

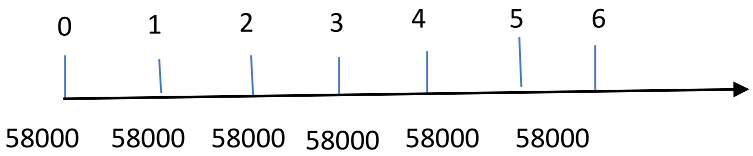
$$= 1133856.49 \text{ DA}$$

- حساب القيمة الحالية

$$V_0 = a \dfrac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$V_0 = 58000 \dfrac{1 - (1+0.085)^{-12}}{0.085} = 8130235{,}29\ DA$$

2- في حالة دفعات بداية المدة



- حساب الجملة

$$V_n = a \dfrac{(1+t)^n - 1}{t} (1+t)$$

$$V_n = 58000\ \frac{(1+0.085)^{12}-1}{0.085}(1+0.085) = 58000\ \times 21.210935$$

$$= \ 1230234.24\ DA$$

– حساب القيمة الحالية

$$V_0 = a\ \frac{1\ -\ (1+t)^{-n}}{t}\ (1+t)$$

$$V_0 = 58000\ \frac{1\ -\ (1+0,085)^{-12}}{0,085}\ (1+0,085)\ =\ 8821305.29\ DA$$[1].

التمرين رقم 19

كم دفعة متساوية قيمة كل واحدة 68000 دج يلزم دفعها في بداية كل سنة لتكوين رأس مال قدره 370087.93 دج بعد الدفعة الأخيرة بمعدل فائدة مركبة 6 %.

الحل

$a=15000 \qquad v_n = 370087.93 \qquad t= 0.06 \qquad n= ?$

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^{n}-1}{t}(1+t) \Longrightarrow \frac{(1+t)^{n}-1}{t} = \frac{Vn}{a}\ (1+t)^{-1}$$

$$\Longrightarrow \frac{(1+0.06)^{n}-1}{0.06} = \frac{370087.93}{15000}\ (1+0.06)^{-1}$$

$$\Longrightarrow \frac{(1+0.06)^{n}-1}{0.06} = 5,134405$$

$$\Longrightarrow (1+0.06)^{n} = 2,396558$$

[1]- ناصر دادي عدوان، الجزء الأول، مرجع سابق ذكره، ص 80. بتصرف.

من الجدول المالي رقم (3) نجد أن : $n= 15$ [1] .

التمرين رقم 20

عشر دفعات سنوية قيمتها الحالية 15000 دج ، أحسب قيمة كل دفعة إذا كان معدل الفائدة 4 %، وذلك حسب الدفعات العادية والدفعات الغير عادية.

الحل

$V_0 = 15000 \qquad t= 0.04 \qquad n= 10$

في حالة الدفعات العادية:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Longrightarrow a = \frac{V_0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$\Longrightarrow a = \frac{15000 \times 0.04}{1-(1+0.04)^{-10}} = 1849.4 \text{ DA}$$

في حالة الدفعات غير العادية:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}(1+t) \Longrightarrow a = \frac{V_0 \times t}{(1+t)(1-(1+t)^{-n})}$$

$$a = \frac{15000 \times 0.04}{(1+0.04)(1-(1+0.04)^{-10})} = 1778.24 \text{ DA}$$ [2].

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 138.

[2]- عبد الرزاق فاضل، منذر عواد، ياسر الجندي، مرجع سابق ذكره، ص 60.

التمرين رقم 21

اشترت مؤسسة جهاز كومبيوتر والدفع على 6 دفعات سنوية ثابتة ومتساوية، قيمة كل واحدة 48000 دج، تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء وبمعدل فائدة مركبة 8 % . فما هو سعر الشراء؟

الحل

سعر الشراء هو القيمة الحالية لستة دفعات قيمة كل دفعة هو 48000 دج، وهي دفعات عادية(تدفع الأولى بعد سنة)، وعليه:

$$V_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$V_0 = 48000 \frac{1 - (1+0.08)^{-6}}{0.08} = 48000 \times 4{,}6228796$$

$$= 221898.22 \text{ DA}$$[1].

الفصل الثالث: تكافؤ (تسوية) الديون

المحور الأول: استبدال الديون بالفائدة البسيطة

1- مفهوم تسوية الديون

التسوية تكون باستبدال دين أو ديون بدين اخر أو ديون أخرى بشرط التكافؤ بين القديمة والجديدة وذلك يوم الاستبدال او الاتفاق[2].

1- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 127.

2- نفس المرجع، ص 70.

2- حالات الاستبدال

والاستبدال يكون وفقا لإحدى الحالات التالية:[1]

1- استبدال عدة ديون قديمة بدين واحد جديد.

2- استبدال دين او عدة ديون قديمة بدفع جزء من أصل الدين أو الديون القديمة نقدا بالإضافة إلى دين جديد.

3- استبدال دين او عدة ديون قديمة بتظهير ورقة تجارية و الباقي دين جديد.

وفي جميع الحالات يتم مراعاة معادلة التكافؤ التالية:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة + النقد

وعملية استبدال الديون القديم بديون جديدة يستدعي مراعاة مايلي[2]:

- إذا كان استحقاق دين قديم قبل تاريخ الاستبدال او التسوية هنا يتم إيجاد جملته في تاريخ الاستبدال أو التسوية.

- إذا كان استحقاق دين قديم بعد تاريخ الاستبدال او التسوية هنا فيتم إيجاد قيمته الحالية في تاريخ الاستبدال أو التسوية.

- إذا كان استحقاق دين هو نفس تاريخ الاستبدال او التسوية هنا تبقى قيمته كما هي أي القيمة الاسمية للدين يساوي القيمة الحالية.

---

[1] - شقيري نوري موسى، المصدر سبق ذكره، ص ص 128-129.

[2]- عبد الله توفيق الهلباوي، مرجع سابق ذكره، ص 162.

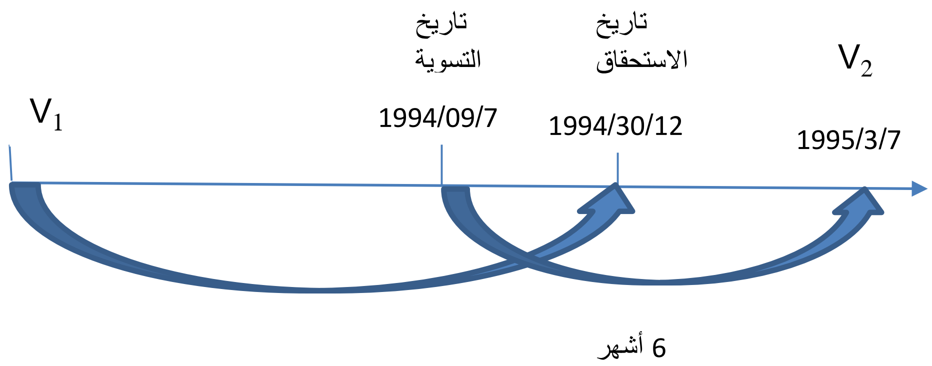
التمرين رقم 22

كمبيالة قيمتها الاسمية 6900 دج تستحق السداد يوم 30 ديسمبر 1994 وفي يوم 7 سبتمبر 1994 ، أتفق المدين مع الدائن على أن يسدد له نقدا مبلغ 1022.25 دج ويحرر له الباقي عليه سندا يستحق السداد بعد ستة شهور من تاريخ الاتفاق.

المطلوب

إيجاد القيمة الاسمية لذلك السند علما أن معدل الخصم المستخدم هو 15 %.

الحل



حساب القيمة الأسمية لسند الجديد V_2

معادلة تكافؤ بالقيمة الأسمية

$V_1 \Leftrightarrow$ النقد + V_2

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة + النقد

V_{a1} = النقد + V_{a2}

$V_{a1} = 1022.25 + V_{a2}$

$V_1 (1 - t.n_1) = 1022.25 + V_2(1 - t .n_2)$

حساب المدة من 7 سبتمبر حتى 30 ديسمبر = (30−7) 23 (سبتمبر) + 31 (كتوبر)+ 30 (نوفمبر)+30 (ديسمبر)= 114 يوم

حساب المدة من 7 سبتمبر 1994 حتى 7 مارس 1995 = (30−7) 23 (سبتمبر) + 31 (كتوبر)+ 30 (نوفمبر)+31 (ديسمبر)+ 31 (جانفي) + 28 (فيفري)(السنة بسيطة بقسمة 1995 /4) + 7 (مارس) = 181 يوم

$6900 (1 - 0.15.\frac{114}{360}) = 1022.25 + V_2 (1 - 0.15.\frac{181}{360})$

$6572.25 - 1022.25 = V_2 (0.925)$

$5550 = V_2 (0.925)$

$V_{2=} 6000$ DA[1].

التمرين رقم 23

تاجر مدين لأخر بالمبالغ التالية:

- 5400 دج تستحق في 8 أكتوبر 1994؛
- 2100 دج تستحق في 20 أكتوبر 1994؛
- 3300 دج تستحق في 4 نوفمبر 1994؛

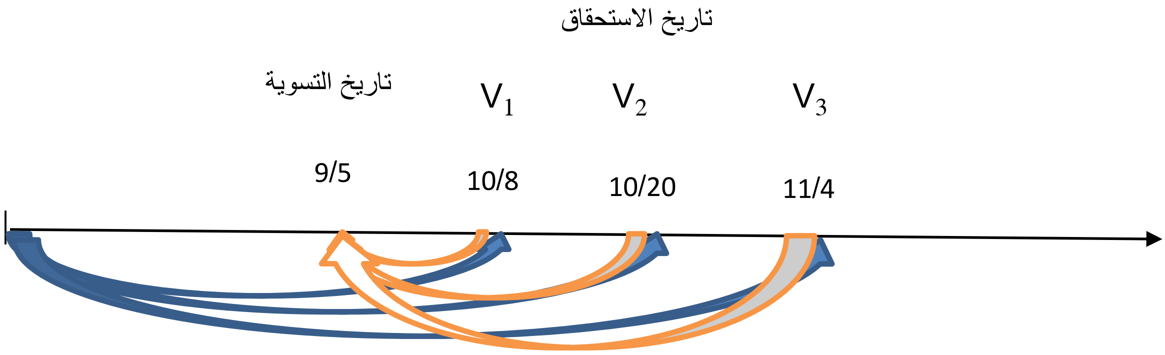
[1]- عبد الله توفيق الهلباوي، مرجع سابق ذكره، ص.ص163−164 .

وقد اتفق المدين مع دائنه على أن يسدد له جميع ديونه يوم 5 سبتمبر 1994 بمعدل خصم 14.4 % .

المطلوب:

حساب المبلغ الذي دفعه التاجر لدائنه في ذلك اليوم.

الحل



المبلغ الذي دفعه التاجر لدائنه في تاريخ التسوية (5 سبتمبر 1994) = مجموع القيم الحالية لديون السابقة في تاريخ التسوية.

المبلغ الذي دفعه التاجر لدائنه = $V_{a1} + V_{a2} + V_{a3}$

$$= V_1 (1 - t.n_1) + V_2(1 - t .n_2) + V_3(1 - t .n_3)$$

حساب المدة من 5 سبتمبر حتى 8 أكتوبر = (30-5) 25 (سبتمبر) + 8 (أكتوبر)= 33 يوم

حساب المدة من 5 سبتمبر حتى 20 أكتوبر = (30-5) 25 (سبتمبر) + 20 (أكتوبر) = 45 يوم

حساب المدة من 5 سبتمبر حتى 4 نوفمبر = (30-5) 25 (سبتمبر) + 31 (أكتوبر)+ 4 (نوفمبر) = 60 يوم.

$$= V_1 (1 - t.n_1) + V_2(1 - t .n_2) + V_3(1 - t .n_3)$$

$$= 5400\,(1 - 0.144\,.\frac{33}{360}) + 2100\,(1 - 0.144\,.\frac{45}{360}) + 3300\,(1 - 0.144\,.\frac{60}{360})$$

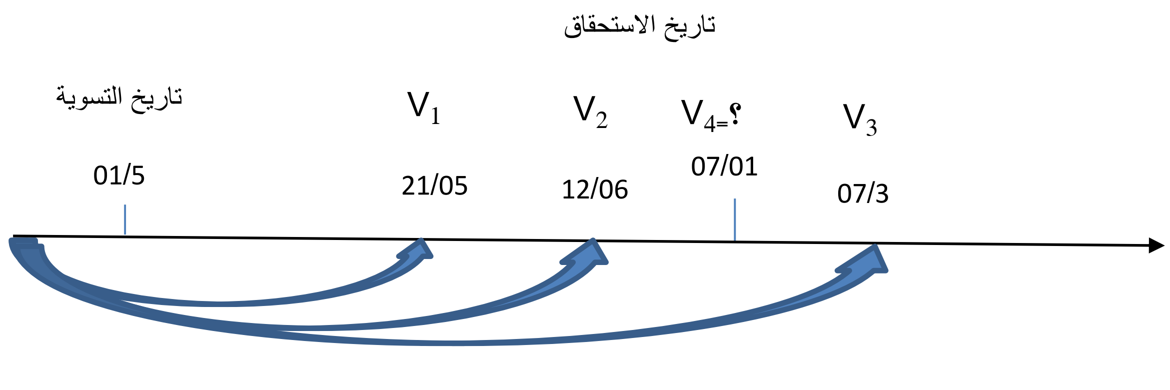
$$= 5328.72 + 2062.2 + 3220.8$$

$$= 10611.72 \text{ DA}$$[1].

التمرين رقم 24

باعت مؤسسة تجارية (x) لزبون ما ، وحرر لصالحها ثلاثة سندات تجارية اعترافا بالدين، قيمتها الإسمية على الترتيب: 25600 دج، 38900 دج، 48200 دج، وتواريخ إستحقاقها: 2012/05/21، 2012/06/12، 2012/07/03على التوالي، وفي 2012/05/01 تعذر على الزبون التسديد فطلب من المؤسسة تعويض الأوراق الثلاثة بورقة وحيدة تستحق الدفع في 2012/07/01. فما هي القيمة الإسمية للورقة المعوضة إذا كان معدل الخصم 9%[2].

الحل



[1]- عبد الله توفيق الهلباوي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 164-165.

[2]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 76-77.

$V_4 \Leftrightarrow V_1 + V_2 + V_3$

$V_{a4} = V_{a1} + V_{a2} + + V_{a3}$

$V_4 (1 - t.n_1) = V_1 (1 - t.n_1) + V_2(1 - t .n_2) + V_3(1 - t .n_3)$

حساب المدة من 05/01 حتى 05/21 = (1−21) (ماي)= 20 يوم

حساب المدة من 05/01 حتى 06/12= (1−31) 30 (ماي) + 12 (جوان) = 42 يوم

حساب المدة من 05/01 حتى 07/03= (1−31) 30 (ماي) + 30 (جوان)+ 3 (جويلية) = 63 يوم.

حساب المدة من 05/01 حتى 07/01 = (1−31) 30 (ماي) + 30 (جوان)+ 1 (جويلية) = 61 يوم.

$V_4 (1 - 0.09.\frac{61}{360}) = 25600 (1 - 0.09.\frac{20}{360}) + 38900 (1 - 0.09.\frac{42}{360}) + 48200$

$(1 - 0.09.\frac{63}{360})$

$V_4 (0.98475) = 25472 + 38491.55 + 47440.85$

$V_4 (0.98475) = 111404.4$

$V_4 = \frac{111404.4}{0.98475} = 113129.63$ DA

التمرين رقم 25

شخص مدين بالمبالغ التالية:

5000 دج يستحق دفعها في 25 أكتوبر 1992.

7500 دج يستحق دفعها في 17 مارس 1993.

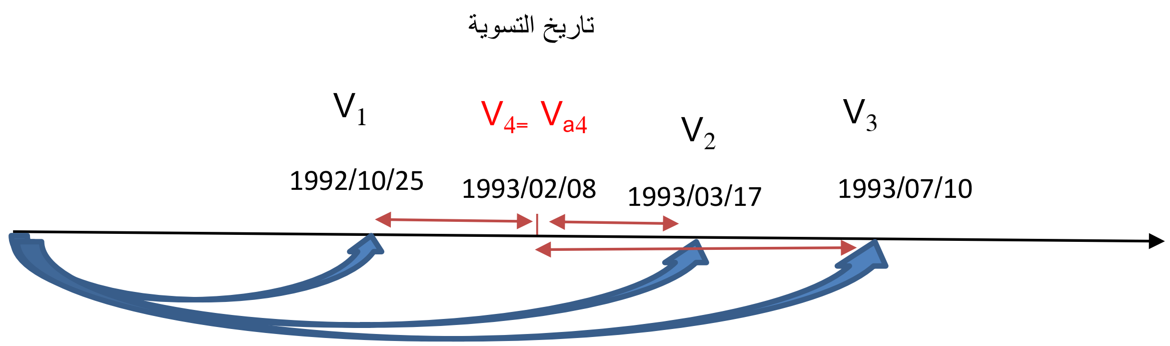
8000 دج يستحق دفعها في 10 جويلية 1993.

أراد المدين أن يستبدل هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع في 8 فيفري 1993[1].

المطلوب

إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد علما أن معدل الفائدة 3 % سنويا.

الحل



عند التسوية القيمة الحالية = القيمة الاسمية أي $V_{4}= V_{a4}$

$$V_4 \Leftrightarrow V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_4 = V_{a1} + V_{a2} + V_{a3}$$

نلاحظ أن الدين الأول يقع قبل تاريخ تسوية لذا نحسبه جملته وباقي الدينين بعد التسوية نحسب هنا القيمة الحالية وعليه:

$$V_4 = V_1 (1 + t.n_1) + V_2(1 - t .n_2) + V_3(1 - t .n_3)$$

[1]- غازي فلاح المومني، مرجع سابق ذكره، ص.ص 167-170. بتصرف

حساب المدة من 1992/10/25 حتى 02/08 / 1993 = (31−25) 6 أكتوبر+ 30+31+31+8 = 106 يوم.

حساب المدة من 02/08 / 1993 حتى 1993/03/17= (28−8) 20 فيفيري+ 17= 37 يوم.

حساب المدة من 02/08 / 1993 حتى 1993/07/10= (28−8) 20 فيفيري + 31+ 30+ 31+30+10= 152 يوم.

$$V_4 = 5000\,(1+0.03.\frac{106}{360}) + 7500\,(1-0.03.\frac{37}{360}) + 8000\,(1-0.03.\frac{152}{360})$$

$$V_4 = 5044.2 + 7476.9 + 7898.7$$

$$V_4 = 20419.8\ DA$$

المحور الثاني: استبدال الديون بالفائدة المركبة

وهنا يكون رأسمالين متكافئين عندما تكون لخما نفس القيمة الحالية في تاريخ التكافؤ أي:

لدينا القيمتين الاسمية لرأسمالين V_1 وV_2 بعد مدتين n_1 , n_2 لكي يتكافأن يجب تحقيق المعادلة:

$$V_1\,(t+1)^{-n1} = V_2\,(t+1)^{-n2}$$

وفي حالة تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال كالاتي:

$$V_1\,(t+1)^{-n1} = V_2\,(t+1)^{-n2} + V_3\,(t+1)^{-n3} + V_4\,(t+1)^{-n4} \dots V_n\,(t+1)^{-nn}$$

التمرين رقم 26

زبون مدان لمؤسسة بمبلغ مالي قدره 700000 دج يسدده بعد 5 سنوات، اتفقت معه بطلب منه بعد مرور سنة كاملة أن يقلص مدة الدين إلى 3 سنوات عوض 5 سنوات الأصلية.

المطلوب

أحسب القيمة الإسمية للدين إذا كان معذل الفائدة المطبق 8 % سنويا[1].

الحل

$$V_1 (1+t)^{-n1} = V_2 (1+t)^{-n2}$$

$$700000 (1+0.08)^{-5} = V_2 (1+0.08)^{-3}$$

$$V_2 = \frac{700000 (1+0.08) -5}{(1+0.08) -3} = 600137,17 \text{ DA} .$$

التمرين رقم 27

نريد استبدال سندين قيمة مل منهما الاسمية 5000 و4000 دج تواريخ استحقاقهم بعد عامين وثلاث أعوام على الترتيب بسند يستحق بعد 4 أعوام ، أوجد القيمة الاسمية للسند الجديد إذا كان معدل الفائدة 5 %.

الحل

$$V_1 (t +1)^{-n1} = V_2 (t +1)^{-n2} + V_3 (t +1)^{-n3}$$

$$V_1 (0.05 +1)^{-4} = 5000 (0.05 +1)^{-2} + 4000 (0.05 +1)^{-3}$$

[1]- ناصر دادي عدوان، الجزء الأول، مرجع سابق ذكره، ص.ص 73-74.

$V_1(1.05)^{-4} = 7990.49$

$V_1 = \frac{7990.49}{0.822702} = 9712.49$ DA

التمرين رقم 28

نريد استبدال سندين قيمة الاسمية للأول 6000 دج يستحق بعد 4 أعوام والقيمة الأسمية للثاني 4000 دج، يستحق بعد عامين بسند قيمته الاسمية 10000 دج، أوجد استحقاق السند الجديد إذا كان معدل الفائدة 4 %.

الحل

$V_1 (t +1)^{-n1} = V_2 (t +1)^{-n2} + V_3 (t +1)^{-n3}$

$10000 (0.04 +1)^{-n1} = 6000 (0.04 +1)^{-4} + 4000 (0.04+1)^{-2}$

$10000 (0.04 +1)^{-n1} = 5128.825 + 3698.225$

$10000 (0.04 +1)^{-n1} = 8827.05$

$(1 .04)^{-n1} = \frac{8827.05}{10000} = 0.882705$

$-n_1 \log (1 .04) = \log 0.882705$

$n_1 = 3.18$

$Nj= 0.18 \times 360 = 64.8=65$ يوم .

أي 3 سنوات و65 يوم[1] .

---

[1]- عبد الرزاق فاضل، منذر عواد، ياسر الجندي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 43-44.

تعرف اختيار الاستثمارات على أنها توجيه المشاريع التي تستقبلها المؤسسة توجيها مدعما بتحليل اقتصادي للمشاريع المقترحة، من أجل اختيار أفضل مشروع يعود على المؤسسة بعائد أكبر من غيره، حيث يدخل هذا الأخير ضمن قرار الاستثمار كأهم قرار في ميدان الاستثمار طويل المدى.

1- **طرق اختيار الاستثمارات:** يتم الاختيار بين الاستثمارات باستعمال عدة طرق سوف نتطرق إلى أهمها.

1-1 طريقة مدة استرداد رأس المال(مقياس فترة الاسترداد): يتم الاختيار الأحسن للمشروع حسب المدة اللازمة لاسترجاع تكاليف المشروع اعتمادا على التدفقات الصافية المتتالية، حيث المشروع الأحسن هو الذي تسترجع فيه قيمة الاستثمارات الأصلية في أقل عدد ممكن من السنوات. وهنا مدة الاسترداد تختلف حسب نوع التدفقات النقدية ثابثة أو غير ثابتة:

- **حالة التدفقات النقدية الثابتة:** وهنا تكون التدفقات النقدية متساوية خلال فترة استغلال المشروع، حيث

$$\text{تحسب مدة الاسترجاع} = \frac{\text{القيمة الأصلية للمشروع}}{\text{التدفق النقدي السنوي}}$$

التمرين رقم 29

تقوم مؤسسة بدراسة مشروعين لاختيار أحسنهما حسب طريقة مدة الاسترجاع بحيث أن:

- المشروع الأول: التدفقات النقدية السنوية 95000 دج، القيمة الأصلية 332500 دج؛
- المشروع الثاني: التدفقات النقدية السنوية 125000 دج، القيمة الأصلية 312500 دج.

الحل

مدة الاسترجاع للمشروع 1= $\frac{332500}{95000} = 3.5$ سنة

مدة الاسترجاع للمشروع 2 = $\frac{312500}{125000} = 2.5$ سنة

وعليه أحسن مشروع هو المشروع الثاني لأنه يسترجع تكاليفه في أقل مدة وهي عامين ونصف.

▪ **حالة التدفقات النقدية غير الثابتة:** وهنا مدة الاسترجاع تتحقق عندما تتساوى القيمة الأصلية للمشروع مع مجموع التدفقات النقدية، وعليه يتم جمع التدفقات النقدية خلال السنوات المختلفة حتى تتساوى مع قيمة الاستثمار الأصلي.

التمرين رقم 30

تقوم مؤسسة بدراسة مشروعين من أجل اختيار أحسنهما على أساس طريقة فترة الاسترجاع، حيث أن:

– المشروع الأول: القيمة الأصلية 126000 دج، التدفقات النقدية السنوية هي على الترتيب: 28000 دج، 36000 دج، 62000 دج، 41000 دج، 0 دج، 32000دج، 45000دج؛

– المشروع الثاني: القيمة الأصلية 137000 دج، التدفقات النقدية السنوية هي على الترتيب: 0 دج، 46000دج، 56000 دج، 35000 دج، 52000دج، 29000دج، 49000دج.

الحل:

مدة الاسترجاع للمشروع 1: 126000= 28000 + 36000 + 62000

إذن مدة الاسترجاع بالنسبة للمشروع 1 هي 3 سنوات لأن المشروع سوف يغطي تكاليفه خلال تلك المدة.

مدة الاسترجاع للمشروع 2: 137000= 0+ 46000+ 56000+ 35000

إذن مدة الاسترجاع بالنسبة للمشروع 2 هي 4 سنوات لأن المشروع سوف يغطي تكاليفه خلال تلك المدة.

وعليه أحسن مشروع هو المشروع الأول لأن مدة استرجاعه هي الأقل.

والجدير بالذكر أن لكل طريقة مزايا وعيوب، وتتمثل مزايا وعيوب طريقة مدة الاسترداد من أهمها:

– **المزايا:** تتمثل في:

- سهولة حساب مدة الاسترداد.
- قلة المخاطر التي تتعرض لها المؤسسة لسرعة استرداد الأموال المستثمرة.

- مدة الاسترجاع الأقصر تمكن المؤسسة من إعادة استثمار المبالغ المسترجعة للفترة المقبلة أو لتجديد الاستثمار.

– **العيوب:** تتمثل في:

- لا تأخذ في الحسبان التدفقات النقدية بعد فترة الاسترداد مما يترتب عليه اختيار استثمارات ذات جودة منخفضة، وعليه تعتبر غير ملائمة لقياس ربحية أي مشروع استثماري خاصة الذي مدته طويلة.
- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للمشروع.
- قصر مدة الاسترداد دليل غير مباشر على ربحية المشروع.
- صعوبة الاختيار بين المشاريع بهذه الطريقة عندما تتساوى مدة الاسترجاع لدى كل المشاريع المقترحة[1].

2-1 طريقة معدل متوسط العائد (T .M.R)

تعتمد هذه الطريقة على معدل الإيراد للاستثمار أي بنسبة متوسط الدخل السنوي إلى قيمة الاستثمار الأصلية

بواسطة العلاقة: المعدل المتوسط للعائد (T .M.R) = $\frac{\text{متوسط صافي الإيراد السنوي}}{\text{قيمة الإستثمار الأصلية}} \times 100$

بحيث متوسط صافي الإيراد السنوي= مجموع الإيرادات السنوية الصافية / عدد السنوات

وعليه

$$T.M.R = \frac{\sum RN/n}{c} \times 100$$

RN: العائد الصافي أو التدفق النقدي الصافي.

C: قيمة الحيازة لأصل الاستثمار.

n: عدد سنوات استغلال الاستثمار.

---

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص. ص 167-173.

التمرين رقم 31

بعد دراسة عدد من المشاريع تم تقديم إثنين منها إلى الإدارة في إحدى المؤسسات للفصل في اختيار أحدهما، وكانت مميزات المشروعين حسب الجدول التالي الذي يبين قيمة الحيازة وصافي التدفق النقدي الصافي لكل منهما:

المشاريع	قيمة الحيازة	1	2	3	4	5	6	7
الأول	125000	15000	25000	38500	45000	45000	26500	15000
الثاني	110000	10000	12000	25000	30000	22000	–	–

المطلوب

1– حساب المعدل المتوسط للعائد لكل من المشروعين.

2– تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة إذا كان معدل الفائدة الموجود في السوق يقدر ب 20%.

الحل

$$T.M.R = \frac{\sum RN/n}{c} \times 100$$

$$T.M.R_1 = \frac{210000/7}{125000} \times 100 = 24\ \%.$$

$$T.M.R_{2=} \frac{99000/5}{110000} \times 100 = 18\ \%.$$

2- تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة فحسب معدل الفائدة المطبق في السوق المالية المقدر ب 20 %، فإن المشروع الثاني غير مقبول تجاريا، أما المشروع الثاني فيحقق معدل أكبر من معدل السوق وعليه يتم قبوله.

ملاحظة: قد تبقى للاستثمار قيمة في نهاية مدة استعماله ففي هذه الحالة يجب أن تؤخذ هذه القيمة بعين الاعتبار في حساب المعدل المتوسط، وعليه يصبح المعدل المتوسط للعائد كمايلي:

$$T.M.R = \frac{\sum RN/n}{C+CR/2} \times 100$$

CR: القيمة المتبقية للاستثمار في نهاية مدة استعماله.

أما فيما يخص مزايا وعيوب طريقة مدة الاسترداد فنذكر أهمها:

- **المزايا:** هذه الطريقة سهلة الحساب تأخذ بعين الاعتبار معدل الفائدة في السوق.
- **العيوب:**

- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود حيث لا تفرق بين ما يحقق من إيرادات صافية في السنوات الأولى أو في السنوات الأخيرة.
- لا يؤخذ فيه بعين الاعتبار إمكانية تغيير معدل الفائدة السوقي المتغير عادة.
- لا يعطي فرقا بين المشروع ذي الحياة الأطول وذي الحياة الأقل حيث كلما زادت المدة انخفضت قيمة متوسط الإيراد الصافي السنوي، فضلا عند تساوي المعدل المتوسط العائد لكلا المشروعين يلاحظ أن المشروع طويل المدى يكون أكثر انتاجا لتدفقات صافية[1].

[1]- ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص.ص 159 – 161.

3-1 معدل العائد الداخلي (T.R.I)

يعرف معدل العائد الداخلي على أنه معدل الفائدة أو الخصم التي تتساوى عنده التكلفة المبدئية للمشروع مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتوقع تولدها عنه، كذلك يتم تقييم للربح الحالي الصافي للمشروع بحيث يكون معدوما أي بمعنى أخر ما هو ذلك المعدل t الذي يكون فيه القيمة الحالية الصافية معدومة.

(VAN): القيمة الحالية الصافية – (VAD): القيمة الحالية للنفقات – (VAR): القيمة الحالية للإيرادات .

$$\text{VAN}=0 \longrightarrow \text{VAR}-\text{VAD}=0 \longrightarrow \text{VAR}=\text{VAD} \longrightarrow t=?$$

وبمقارنة معدل العائد الداخلي مع معدل السوق المالية فإنه:

- إذا كان معدل العائد الداخلي أكبر من معدل السوق المالية يقبل المشروع؛

- إذا كان معدل العائد الداخلي أصغر من معدل السوق المالية يرفض المشروع.

ويحسب معدل العائد الداخلي كما يلي:

$$\text{VAR}=\text{VAD} \longrightarrow \text{D0}=R\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right] \longrightarrow \left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]=\frac{\text{D0}}{R}$$

D_0 : التكلفة الأصلية للاستثمار. R: القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة

التمرين رقم 32

قررت مؤسسة توسيع نشاطها وأمامها الاختيار بين ألتين هما:

- الألة الأولى: تكلفة الشراء 100000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 24063.456 دج.

- الألة الثانية: تكلفة الشراء 150000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 38563.871 دج.

فإذا كانت نسبة الفائدة المطبقة في السوق المالية هي 8 % . فما هي الألة الواجب شرائها تطبيقا لطريقة معدل العائد الداخلي؟

الحل

الألة الأولى: حساب معدل العائد الداخلي من الجدول المالي نجد:

$$\left[\frac{1-(1+t)^{-5}}{t}\right]=\frac{100000}{24063.456}=4.155679 \longrightarrow t=6.5\%$$

الألة الثاني: حساب معدل العائد الداخلي من الجدول المالي نجد:

$$\left[\frac{1-(1+t)^{-5}}{t}\right]=\frac{150000}{38563.871}=3.889651 \longrightarrow t=9\%$$

ومن خلال المقارنة مع معدل الفائدة السائد في السوق المالية 8 % ، تقبل الألة الأولى لأن معدلها أكبر من معدل السوق المالية، بينما ترفض الألة الثاني لأن معدلها أصغر من معدل السوق المالية. في حالة وقوع كلا معدل الألتين أقل من معدل السوق المالية يرفض كلا المشروعين ويكون الاستثمار في السوق المالية أحسن[1].

ومن مزايا وعيوب هذه الطريقة نذكر أهمها[2]:

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص. ص 182-184.
[2]- ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص 164.

المزايا: من مزاياها تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود فهي تحدد صافي القيمة الحالية للإيرادات .

العيوب: تتميز ب:

- لا تأخذ بعين الاعتبار الإيرادات التي قد تحقق بعد مدة الاستعمال.

- تتميز بصعوبة وتعقيد الحسابات في حالة عدم وجود إيرادات وتكاليف منتظمة أي بدفعات متساوية.

1-4 مؤشر الربحية

يعني هذا المؤشر بحساب مردودية الاستثمار أو تحديد ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح الناتجة عن الاستثمار خلال حياته وما تبقى منه في نهاية استعماله، فإذا كان المعدل المحسوب يساوي أو يزيد عن الواحد فالمشروع مقبول تجاريا، أما إذا لم يصل إلى الواحد فهذا يعني أن الإيرادات الصافية لا تغطي تكلفة الاستثمار وعليه لا يمكن قبوله.

$$\mathrm{IR} = \frac{\sum_{s=1}^{n} \mathrm{Rs}\ (1+t)^{-\mathrm{s}} + \mathrm{VR}\,(1+t)^{-\mathrm{n}}}{c} =$$

$$\frac{\mathrm{R1}(1+t)^{-1} + \mathrm{R2}(1+t)^{-2} + \cdots + \mathrm{Rn}(1+t)^{-\mathrm{n}}}{c}$$

وإذا كانت الإيرادات السنوية الصافية متساوي نستعمل معادلة الدفعات المتساوية بحيث تكون عناصر هتين العلاقتين:

$$\mathrm{IR} = \frac{R \times \dfrac{1-(1+t)^{-n}}{t} + \mathrm{VR}\,(1+t)^{-\mathrm{n}}}{c}$$

IR : مؤشر الربحية – Rs : صافي التدفق النقدي للسنة – n : عدد سنوات الاستثمار

t : معدل الفائدة – VR : القيمة الباقية للاستثمار في أخر سنة من استعماله.

ويمكن القول ان مؤشر الربحية يمثل القيمة الحالية للتدفقات السنوية على الاستثمار الأولي.

التمرين رقم 33

من أجل البحث عن استثمار كلفت إدارة مؤسسة أحد موظفيها لتحضير دراسة فاكتفى بتعيين ثلاثة استثمارات تؤدي نفس النتيجة، بينما تكاليفها وايراداتها كما يلي:

1– الاستثمار الأول: تكلفة حيازة: 8400 دج، ايراداته السنوية الصافية 24000 دج، قيمته الباقية في نهاية 5 سنوات من استعماله= 8000 دج.

2– الاستثمار الثاني: تكلفة حيازة: 76000 دج، ايراداته الصافية للسنوات الثلاثة الأولى 21200 دج سنويا، وللسنتين الأخريين 20000 دج سنويا، القيمة الباقية له بعد الاستعمال 0 دج.

3– الاستثمار الثالث: تكلفة حيازة: 76000 دج، ايراداته تبدأ من نهاية السنة الثانية ب 25320 دج سنويا حتى نهاية السنة الخامسة، قيمته الباقية 0 دج.

فإذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10 % . حدد بطريقة مؤشر الربحية أحسن الاستثمارات الثلاثة.

الحل

1– مؤشر الربحية للاستثمار الأول

$$\mathrm{IR} = \frac{R \times \dfrac{1-(1+t)^{-n}}{t} + \mathrm{VR}\,(1+t)^{-\mathrm{n}}}{c}$$

$$IR1 = \frac{24000 \times \frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1} + 8000\,(1+0.1)^{-5}}{84000} = \frac{95946.256}{84000} = 1.142$$

2- مؤشر الربحية للاستثمار الثاني

$$IR2 = \frac{21200 \times \frac{1-(1+0.1)^{-3}}{0.1} + 20000 \times \frac{1-(1+0.1)^{-2}}{0.1}(1+0.1)^{-3} + 0\,(1+0.1)^{-5}}{76000}$$

$$= 1.0368$$

3- مؤشر الربحية للاستثمار الثالث

$$IR3 = \frac{25320 \times \frac{1-(1+0.1)^{-4}}{0.1}(1+0.1)^{-1} + 0\,(1+0.1)^{-5}}{76000} = 0.96$$

يلاحظ حسب النتائج أن الاستثمار الثالث لم يصل مؤشر ربحيته إلى 1 مما يعني أمه لا يغطي تكاليفه فيترك جانبا، أما الاستثمار الثاني فقد حقق مؤشر ربحية 1.0368 فهو مقبول مبدئيا، في حين حقق الاستثمار الثالث أكبر مؤشر ب 1.142 لذا سوف يتم اختياره من بين الثلاثة حسب هذه الطريقة.

فيما يخص مزايا وعيوب هذه الطريقة نلاحظ أن المؤشر يتميز بالتعقيد في العمليات الحسابية خاصة إذا لم تكن الإيرادات الصافية متساوية، بينما من مزاياه الحساب بالقيمة الزمنية للنقود عكس الطرق الأخرى[1].

1-4 طريقة صافي القيمة الحالية :(V.A.N)

تعتمد هذه الطريقة على الاختيار على حساب صافي القيمة الحالية(V.A.N)، لكل استثمار ثم ترك الاستثمارات التي تحقق صافي قيمة حالية سالبة، بينما يتم المفاضلة بين التي تحقق صافي قيمة حالية موجب

[1]- ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص.ص 164- 167.

حيث أحسنها أكبرها تحقيقا لهذا الصافي، حيث تعني هذه الأخيرة القيمة الحالية للفرق بين مجموع الإيرادات ومجموع النفقات أو تكاليف الاستثمار بما فيها تكلفة الحيازة وتكلفة باقي الاستثمار.

(VAN): القيمة الحالية الصافية – (VAD): القيمة الحالية للنفقات – (VAR): القيمة الحالية للإيرادات .

VAN= VAR – VAD

$$\mathrm{VAN} = \sum_{s=1}^{n} \mathrm{Rs} \quad (1+t)^{-\mathrm{s}} \quad + \quad \mathrm{VR}\,(1+t)^{-\mathrm{n}}$$

التمرين رقم 34

لديك العناصر التالية المتعلقة باستثمارين لهما نفس الأهداف الإنتاجية:

تكلفة حيازة الأول: 295000دج، أعباء سنوية : 15000 دج من السنة الثانية حتى السنة الخامسة، إيرادات سنوية من السنة الأولى إلى السنة الخامسة 90000 دج سنويا، قيمة بقايا الاستثمار في اخر السنة الخامسة 25000 دج.

تكلفة حيازة الثاني: 310000دج، أعباء من السنة الثالثة حتى السنة الرابعة للسنتين فقط، إيرادات سنوية من أخر السنة الأولى إلى أخر السنة الخامسة 97000 دج سنويا، قيمة بقايا الاستثمار في اخر السنة الخامسة 50000 دج.

المطلوب

– باستعمال صافي القيمة الحالية حدد أي الاستثمارين تختاره المؤسسة مع العلم أن معدل الفائدة المستعمل يقدر ب 12%.

الحل

1– تحديد صافي القيمة الحالية للاستثمار الأول

$$\text{VAN} = \sum_{s=1}^{n} \text{Rs} \quad (1+t)^{-\text{s}} \quad + \quad \text{VR}\,(1+t)^{-\text{n}}$$

بطرح التكاليف السنوية من الإيرادات السنوية نحصل على صافي الإيرادات السنوية بحيث: السنة الأولى 90000 دج ولباقي السنوات 75000 دج سنويا.

$$\text{VAN} = 90000 \ \times (1{,}12)^{-1} \quad + 75000 \times \frac{1-(1+0{,}12)^{-4}}{0{,}12} \times (1{,}12)^{-1}$$
$$+ (1{,}12)^{-5} \quad \times 25000 - 295000 =$$

$$\text{VAN} = \ 322344{,}012 - 295000 = 27344{,}012\ DA$$

2– تحديد صافي القيمة الحالية للاستثمار الثاني

صافي الإيرادات من السنة الأولى إلى الثانية: 97000– 0=97000 دج.

صافي الإيرادات من السنة الثالثة إلى الرابعة: 97000– 20000 = 77000 دج.

صافي الإيرادات إلى السنة الخامسة: 97000 دج.

ثم تحسب لهما القيمة الحالية وتضاف إلى القيمة الحالية لباقي الاستثمار وتطرح منهما قيمة الحيازة.

أو يمكن حساب كل منهما على حدة:

VAN= VAR – VAD

$$\text{VAN} = 97000 \times \frac{1-(1+0{,}12)^{-5}}{0{,}12} + 50000 \ \times (1{,}12)^{-5} \quad - 20000 \times \frac{1-(1+0{,}12)^{-2}}{0{,}12} \times$$
$$(1{,}12)^{-2} \quad - 310000$$

$$VAN = 378034,6342 - 336945,97 = 41088,664\ DA.$$

فيما يخص مزايا وعيوب هذه الطريقة تتمثل في:

1) المزايا:

– أنها بالدقة والشمولية لكل العناصر المتعلقة بالناحية المالية للاستثمار.

– تعد أحسن من الجانب العلمي مقارنة مع الطرق السابقة.

– تتفادى أغلب عيوب الطرق الأخرى.

2) العيوب:

– قد نجد أحيانا اختلافا في قيمة الاستثمار ومدة حياته فتصبح الحسابات أعقد.

– قد يتغير معدل الفائدة المستعمل اليوم بعد عدد من السنوات خاصة إذا طالت مدة الاستثمار عن متوسط معين 6 أو 7 سنوات فما فوق[1].

الفصل الخامس: اهتلاك القروض

المحور الأول: استهلاك القروض باستهلاكات متساوية

يتم تسديد الدين حسب هذه الطريقة دوريا (كل سنة أو سداسي أو ثلاثي)، بدفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض وفائدة على القرض المتبقي كل فترة، وتحدد قيمة الاستهلاك الثابت بقسمة قيمة أصل القرض على عدد الدفعات. وتمثل مختلف العناصر ضمن هذه الطريقة كما يلي:

[1]- ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص.ص 167- 170.

V_0: قيمة أصل القرض

M: الاستهلاك الثابت ويساوي $\frac{V0}{n}$

a: الدفعة أو القسط غير الثابت.

I: الفائدة وهي تتناقص حسب السنوات إذ تطبق على أصل القرض كل سنة.

n: مدة القرض وبشكل أصح مدة تسديد القرض بالدفعات أو عددها.

الجدول رقم (02): استهلاك القروض بطريقة الاستهلاكات المتساوية

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط a	الاستهلاك المتساوي M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	V_0	$I_1 = V_0 . i$	$a_1 = M + I_1$	M	M	$V_1 = V_0 - M$
2	V_1	I_2	$a = M + I_2$	M	2M	$V_2 = V_0 - 2M$
3	V_2	I_3	$a_3 = M + I_3$	M	3M	$V_3 = V_0 - 3M$
n	$V_0 - (n-1)M$	$I_n = [V_0 - (n-1)M].i$ $I_n = M .i$	$a_n = M + I_n$	M	$\sum M$	$V_n = V_0 - n M$

يمكن توضيح العلاقات ذات العلاقة بطريقة الاستهلاكات المتساوية:

1) الفائدة الأولى تساوي $I_1 = V_0 . i$ والفائدة الأخيرة تساوي $I_n = M .i$

2) الاستهلاك الثابت يساوي $M = \frac{V0}{n}$

3) الدفعة أو القسط يساوي مجموع الاستهلاك والفائدة لتلك الفترة أي $a = M+I$

4) القسط الأخير يساوي $a_n = M + M.i = M(1+i)$

5) مجموع الدفعات أو الأقساط $\sum a = (\frac{a1+an}{2})\ n$

6) مجموع الفوائد يساوي مجموع الفائدة الأولى والفائدة الأخيرة مقسمة على 2 أي:

$$\sum_1^n I = (\frac{I1+In}{2})\ n$$

أو بتعويض بقيمة كل من الفائدة الأولى والأخيرة نجد:

$$\sum_1^n I = (\frac{V0 .i+M .i}{2})\ n = (\frac{V0+M}{2})\ n. i$$

التمرين رقم 35

مؤسسة اقترضت مبلغ 25000 دج على أن تسدده بدفعات نهاية الفترة بطريقة الاستهلاكات الثابتة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8 %.

المطلوب

إعداد جدول استهلاك هذا القرض حسب هذه الطريقة

الحل

قيمة الاستهلاك الثابت: $M = \frac{V0}{n} = \frac{2500}{5} = 5000$

الفائدة الأول: $I_1 = V_0 . i = 25000 \times 0.08 = 2000$

الفائدة الأخيرة: $I_n = M .i = 5000 \times 0.08 = 400$

القسط الأول: $a_1 = M+I_1 = 5000+ 2000= 7000$

القسط الأخير: $a_n = M(1+i) = 5000(1+0.08) = 5400$

وباقي العناصر الأخرى تحسب في الجدول [1]:

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط a	الاستهلاك المتساوي M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	25000	2000	7000	5000	5000	20000
2	20000	1600	6600	5000	10000	15000
3	15000	1200	6200	5000	15000	10000
4	10000	800	5800	5000	20000	5000
5	5000	400	5400	5000	25000	00
	–	6000	3100	25000	–	–

[1]- ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص 135. بتصرف

التمرين رقم 36

اليك المعلومات التالية حول استهلاك قرض من خلال الاستهلاكات المتساوية :

$I_1 = 10\ 000$

$I_n = 2\ 000$

$i = 0.1$

المطلوب

- حساب الاستهلاك المتساوي.
- حساب أصل القرض.
- حساب عدد الأقساط.
- مجموع الفوائد.
- إعداد جدول الاستهلاك المتساوي.

الحل

حساب الاستهلاك المتساوي M :

لدينا:

$$I_n = M\ .i = 2\ 000 \Longrightarrow M = \frac{2000}{i}$$

$$\Longrightarrow \quad M = \frac{2000}{0.1} = 20000$$

حساب أصل القرض V_0 :

$$I_1 = V_0 \,.\, i = 10\,000 \quad \Longrightarrow \quad V_0 = \frac{10000}{i}$$

$$\Longrightarrow \quad V_0 = \frac{10000}{0.1} = 100000\ DA$$

حساب عدد الأقساط :

$$M = \frac{V0}{n} \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{V0}{M}$$

$$\Longrightarrow \quad n = \frac{V0}{M} = \frac{100000}{20000} = 5 \text{ أقساط}$$

حساب مجموع الفوائد:

$$\sum_1^n I = \left(\frac{I1+In}{2}\right) n = \left(\frac{10000+2000}{2}\right) \times 5 = 30000\ DA$$

وهكذا يكون الجدول[1]:

[1] - Mohamed DIOURI, Adil ELMARHOUM, op.ct,P182.بتصرف

رصيد القرض في نهاية المدة	الدين المستهلك	الاستهلاك المتساوي M	الدفعة او القسط a	الفائدة I	رصيد القرض في أول المدة	المدة
80000	20000	20000	30000	10000	100000	1
60000	40000	20000	28000	8000	80000	2
40000	60000	20000	26000	6000	60000	3
20000	80000	20000	24000	4000	40000	4
00	100000	20000	22000	2000	20000	5
-	-	100000	130000	30000	-	

التمرين رقم 37

اليك المعلومات التالية حول جدول استهلاك متساوي:

القسط الأخير يساوي 55750 دج.

معدل الفائدة يساوي 11.5 %.

المطلوب

- حساب الاستهلاك الثابت M.

- اعداد جدول الاستهلاك المتساوي.

الحل

حساب الاستهلاك الثابت M:

لدينا $a_n = M(1+i) \Rightarrow M = \frac{an}{(1+i)}$

$$\Rightarrow M = \frac{an}{(1+i)} = \frac{55750}{(1+0.115)} = 50000$$

حساب الأصل V_0:

$$M = \frac{V0}{n} \Rightarrow V_0 = M\,.n$$

$$V_0 = M\,.n = 5000 \times 6 = 300000 \text{ DA}$$

الفائدة الأولى: $I_1 = V_0\,.\,i = 300000 \times 0.115 = 34500$

الفائدة الأخيرة: $I_n = M\,.i = 50000 \times 0.115 = 5750$

القسط الأول: $a_1 = M + I_1 = 50000 + 34500 = 84500$

القسط الأخير: $a_n = M(1+i) = 50000(1+0.115) = 55750$

وباقي العناصر الأخرى تحسب في الجدول[1]:

---

[1] - Abdellatife Sadiki, Najib Mikou,op.cit, P99.بتصرف

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة أو القسط a	الاستهلاك المتساوي M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	300000	34500	84500	50000	50000	250000
2	250000	28750	78750	50000	100000	200000
3	200000	23000	73000	50000	150000	150000
4	150000	17250	67250	50000	200000	100000
5	100000	11500	61700	50000	250000	50000
6	50000	5750	55750	50000	300000	00
		120750		300000	–	

التمرين رقم 38

اقترض شخص مبلغ 6000 دج واتفق مع دائنه على أن يسدده على أربعة أجزاء سنوية متساوية يتم سداد كل منها في نهاية السنة مع دفع الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض بمعدل فائدة 15 % سنويا.

المطلوب

- حساب الاستهلاك المتساوي.

- حساب فائدة الاستهلاك.
- حساب مجموع الفوائد.
- إعداد جدول استهلاك القرض.

الحل

حساب الاستهلاك المتساوي

$$M = \frac{V0}{n} = \frac{6000}{4} = 1500 \text{ DA}$$

حساب فائدة الاستهلاك

فائدة الاستهلاك هي نفسها الفائدة الأخيرة

$$I_n = M \cdot i$$

$$= 1500 \times 0.15 = 225\ DA$$

حساب مجموع الفوائد

$$\sum_1^n I = \left(\frac{I1+In}{2}\right) n$$

حساب الفائدة الأولى

$$I_1 = V_0 . i = 6000 \times 0.15 = 900 \text{ DA}$$

$$\sum_1^n I = \left(\frac{900+225}{2}\right) \times 4 = 2250 \text{ DA}$$

إعداد جدول استهلاك القرض[1]:

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط a	الاستهلاك المتساوي M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	6000	900	2400	1500	1500	4500
2	4500	675	2175	1500	3000	3000
3	3000	450	1950	1500	4500	1500
4	1500	225	1725	1500	6000	00
		2250		6000		

المحور الثاني: استهلاك القروض بدفعات أو أقساط متساوية

في هذه الطريقة تدفع دوريا (سنويا، سداسيا،....)، دفعة ثابتة إلى المقرض بعدد معين متفق عليه بين الطرفين، وتحتوي الدفعة الواحدة الثابتة من جزئيين أحدهما من رأس المال الأصلي ويسمى الاستهلاك والثاني فائدة على القرض المتبقي، حيث في نهاية مدة القرض مجموع الدفعات تمثل جملة القرض المدفوع، أما أصل القرض أو قيمته الحالية فتساوي القيمة الحالية للدفعات.

ويمكن توضيح قيمة الدفعة الثابتة كما يلي:

[1]- عبد الله توفيق الهلباوي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 376-377. بتصرف

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \longrightarrow a = \frac{V0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

a: الدفعة أو القسط الثابت بحيث يتكون من الاستهلاك والفائدة أي (M+I).

V_0: قيمة أصل القرض في بداية السنة الأولى للتسديد، وبعد ذلك تكون V_1 , V_2 ..... حتى V_{n-1} وهي باقي القرض في بداية السنوات 2، 3 .....n.

M: الاستهلاك وهو يتزايد حسب السنوات بتناقص الفائدة.

I: الفائدة وهي تتناقص حسب السنوات إذ تطبق على أصل القرض كل سنة.

n: مدة القرض إذ في نهاية السنة n يصبح أصل القرض معدوما. ويمكن توضيح جدول استهلاك القروض فيما يلي:

الجدول رقم (03): استهلاك القروض بطريقة الأقساط المتساوية

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة	الدفعة الثابتة	الاستهلاك	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	V_0	I_1	a	M_1	M_1	V_1
2	$V_0 - M_1 = V_1$	I_2	a	M_2	$M_1 + M_2$	V_2
3	$V_1 - M_2 = V_2$	I_3	a	M_3	$M_1 + M_2 + M_3$	V_3
n	V_{n-1}	$I_n = V_{n-1} . i$	a	$M_n = a - I_n$	$\sum M$	$V_n = V_{n-1} - M_n$

ويمكن استنتاج علاقات جدول القروض الثابتة كما يلي:

1) جملة الدفعات حيث مجموع الدفعات = أصل القرض + مجموع الفوائد

$$a=\frac{\sum M+\sum I}{n}=\frac{V0+\sum I}{n}$$

2) علاقة بين الاستهلاكات

$$M_{n+1}=M_n\,(1+i)$$

$$M_n=M_1\,(1+i)^{n-1}$$

3) علاقة بين الاستهلاكات وأصل القرض

$$V_0=\sum_{i=1}^{n} mi=M1\,\frac{(1+t)^n-1}{t}$$

4) الفرق بين استهلاكين متتاليين

$$M_{n+1}-M_n=I_n-I_{n+1}$$

5) الدفعة الثابتة من السطر الأخير

$$a=M_n\,(1+i)$$

6) رصيد نهاية المدة = رصيد بداية المدة – الاستهلاك = 0

7) رصيد القرض في بداية كل فترة هو رصيد القرض في نهاية المدة للفترة السابقة باستثناء في الفترة الأولى فهو قيمة القرض.

8) حساب جزء القرض الباقي للتسديد بعد عدد من الدفعات

الدين المدفوع

$$V_R=M_1\,\frac{(1+t)^R-1}{t}$$

الدين المتبقي $V_{nR} = a\,\dfrac{1-(1+t)^{-(n-R)}}{t}$

التمرين رقم 39

قرض بقيمة 50000 دج بمعدل فائدة 5 % ، حيث اتفق على أن يسدد على 5 دفعات متساوية مع فوائده.

المطلوب

- حساب قيمة كل دفعة.
- حساب الاستهلاك الأول.
- اعداد جدول استهلاك القروض[1].

الحل

حساب قيمة كل دفعة:

$$a = \frac{V0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$a = \frac{50000 \times 0.05}{1-(1+0.05)^{-5}} = 11548.741 \text{ DA}$$

حساب الاستهلاك الأول :

$$V_0 = M1\,\frac{(1+t)^{n}-1}{t} \longrightarrow M1 = \frac{V0 \times t}{(1+t)^{n}-1}$$

$$M1 = \frac{50000 \times 0.05}{(1+0.05)^{5}-1} = 9048.741$$

[1]- عبد الرزاق فاضل، منذرعواد، ياسر الجندي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 70-71.

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط الثابت a	الاستهلاك M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	50000	2500	11548.741	9048.741	9048.741	40951.26
2	40951.26	2047.563	11548.741	9501.178	18549.919	31450.081
3	31450.081	1572.504	11548.741	9976.237	28526.156	21473.844
4	21473.844	1073.6922	11548.741	10475.049	39001.2048	10998.8
5	10998.8	549.94	11548.741	10998.8	50000	00
	–		–	50000	–	–

التمرين رقم 40

اليك المعلومات التالية عن جدول استهلاك قروض ثابتة:

$M_1 = 22192\ .100$

$M_2 = 23967\ .466$

$n=4$

المطلوب

- احسب معدل الفائدة.
- احسب أصل القرض.

ـ أحسب قيمة القسط الثابت.

ـ اعداد جدول استهلاك القروض.

الحل

حساب معدل الفائدة

$M_{n+1}= M_n (1+i)$

$M_2= M_1 (1+i)$

$23967.466 = 22192.100 (1+i)$

$(1+i) = \frac{23967.466}{22192.100} = 1.08$

$1+i = 1.08 \Longrightarrow i= 0.08 \Longrightarrow i= 8\%.$

حساب أصل القرض

$$V_0 = M1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$V_0 = 22192.100 \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08} = 100000 \text{ DA}$$

حساب قيمة القسط الثابت

$$a = \frac{V0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$a = \frac{100000 \times 0.08}{1-(1+0.08)^{-4}} = 30192.080 \text{ DA}$$

اعداد جدول استهلاك القروض[1]:

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 199-200. بتصرف

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط الثابت a	الاستهلاك M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	100000	8000	30192.080	22192 .08	22192 .08	77807.92
2	77807.92	6224.634	30192.080	23967.47	46159.55	53840.47
3	53840.47	4307.238	30192.080	25884.84	72044.39	27955.63
4	27955.63	2236.451	30192.080	27955.63	100000	00
	–	20768 .323	–		–	–

التمرين رقم 41

مبلغ مقترض ب 1.000.000 دينار يتم سداده بأقساط سنوية ثابتة خلال 15 سنة بنسبة 7٪.

المطلوب

- احسب الاستهلاك العاشر.
- ما هو المبلغ المسدد بعد سداد الاستهلاك العاشر.
- ما هو المبلغ المتبقي بعد سداد الاستهلاك العاشر.
- فائدة القسط الأخير.

- إعداد 3 أسطر الأولى و3 أسطر الأخيرة من جدول استهلاك القروض.

الحل

1 - حساب الاستهلاك العاشر

حساب قيمة الدفعة

$$a = \frac{V0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$a = \frac{1.000.000 \times 0.07}{1-(1+0.07)^{-15}} = 109795 \text{ DA}$$

حساب الاستهلاك الأول

$$V_0 = M1\,\frac{(1+t)^n - 1}{t} \Longrightarrow M1 = \frac{V0 \times t}{(1+t)^n - 1}$$

$$M1 = \frac{1000000 \times 0.07}{(1+0.07)^{15} - 1} = 39795$$

وعليه

$$M_n = M_1\,(1+i)^{n-1}$$

$$M_{10} = M_1\,(1+i)^{10-1} = M_1\,(1+i)^9$$

$$= 39795 \times (1+0.07)^9 = 73161.48 \text{ DA}$$

2- المبلغ المسدد بعد سداد الاستهلاك العاشر

$$V_R = M_1\,\frac{(1+t)^R - 1}{t}$$

$$V_{10=}\ 39795\ \frac{(1+0{,}07)^{10}-1}{0{,}07} = 549825.55 \text{ DA}$$

3- المبلغ المتبقي بعد سداد الاستهلاك العاشر

$$V_{nR} = a\ \frac{1-(1+t)^{-(n-R)}}{t}$$

$$V_{(15,10)} = 109795\ \frac{1-(1+0.07)^{-(15-10)}}{0.07} = 109795\ \frac{1-(1+0.07)^{-(5)}}{0.07}$$

$$= 450181.18 \text{ DA}$$

4- فائدة القسط الأخير I_n

$$M_n = a - I_n \Rightarrow I_n = a - M_n$$

$$I_n = a - M_{15}$$

$$a = M_n(1+i) \Rightarrow M_{n} = \frac{a}{(1+i)}$$

$$M_{15} = \frac{109795}{(1+0.07)} = 102612.15$$

$$I_n = 109795 - 102612.15 = 7182.85 \text{ DA}$$ [1].

5- إعداد 3 أسطر الأولى و3 أسطر الأخيرة من جدول استهلاك القروض

اعداد جدول استهلاك القروض:

---

1 - Mohamed Zaatri , les mathématiques financiéres, sujets déxamens corrigés,entreprise nationale du livre,Alger,1984,PP89-92 .

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط الثابت a	الاستهلاك M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	1.000.000	70000	109795	39795	39795	960205
2	960205	67214.35	109795	42580.65	82375.65	917624,35
3	917624,35	64233.70	109795	45561.29	127936.94	872063.06
13	288137.77	20169.57	109795	89625.42	801488 .65	198511.35
14	198511.35	13895.79	109795	95899.20	897387.85	102612.15
15	102612.15	57182.8	109795	102612.15	1.000.000	00

التمرين رقم 42

اليك معلومات التالية عن استهلاك قروض ثابتة لمؤسسة تحصلت على قرض

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط الثابت a	الاستهلاك M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1				41846.88		
2						
3				52492.73		
4						

المطلوب

- احسب معدل الفائدة.
- احسب أصل القرض.
- أحسب قيمة القسط الثابت.
- اعداد جدول استهلاك القروض لهذه المؤسسة.

الحل

حساب معدل الفائدة

$$M_n = M_1 (1+i)^{n-1}$$

$$M_4 = M_1 (1+i)^{4-2}$$

$$M_3 = M_1 (1+i)^{2} \Longrightarrow (1+i)^2 = \frac{M3}{M1} = \frac{52492.73}{41846.88} = 1.25$$

$$(1+i) = 1.12 \longrightarrow i = 0.12$$

حساب أصل القرض

$$V_0 = M1 \, \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$V_0 = 41846.88 \, \frac{(1+0.12)^4 - 1}{0.12} = 200\,000 \text{ DA}$$

حساب قيمة القسط الثابت

$$a = \frac{V0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$a = \frac{200000 \times 0.12}{1-(1+0.12)^{-4}} = 65846.88 \text{ DA}$$

اعداد جدول استهلاك القروض[1]:

المدة	رصيد القرض في أول المدة	الفائدة I	الدفعة او القسط الثابت a	الاستهلاك M	الدين المستهلك	رصيد القرض في نهاية المدة
1	200000	24000	65846.88	41846.88	41846.88	158153.12
2	158153.12	18978.37	65846.88	46868.51	88715.39	111284.61
3	111284.61	13354.15	65846.88	52492.73	141208.12	58791.88
4	58791.88	7055.03	65846.88	58791.88	200000	00

[1]– ناصر دادي عدوان، مرجع سابق ذكره، ص 121. بتصرف.

الفصل الخامس: التقنيات البورصية: تقييم السندات والأسهم

المحور الأول: تقييم السندات

إن عملية تقييم الأوراق المالية وخاصة الأسهم والسندات أهمية كبيرة في البورصة، نظرا أنها مرتبطة بكل من العوائد المطلوبة والمنتظرة في المستقبل والفوائد المدفوعة خلال مدة الاحتفاظ بالورقة المالية ودرجة مخاطرها. لهذا تم اعداد نموذج أساسي لتقييم السند، السهم العادي والسهم الممتاز اعتمادا على العلاقة التالية:

$$V_0 = \sum_{k=1}^{n} \frac{\mathrm{Ck}}{(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}}$$

حيث أن:

V_0 : القيمة الحالية للورقة المالية.

K : العائد المتوقع في الفترة الزمنية.

t : معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر.

n : فترة الاحتفاظ بالأصل.

واعتمادا على هذا النموذج سيتم تقييم كل من السندات بفائدة سنوية ونصف سنوية

1- تقييم السندات بفائدة سنوية : يتم التقييم بحساب القيمة الحالية للسند بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \sum_{k=1}^{n} \frac{\mathrm{I}}{(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}} + \frac{C}{(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}}$$

$$V_0 = \mathrm{I}\ \frac{1-(1+\mathrm{t})^{-\mathrm{n}}}{\mathrm{t}} + \mathrm{c}\ (1+\mathrm{t})^{-\mathrm{n}}$$

حيث أن:

V_0 : القيمة الحالية للسند (ثمن الشراء P الذي يساوي القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية + القيمة الحالية للفوائد).

القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية = $c\ (\ 1 + t\ )^{-n}$

القيمة الحالية للفوائد = $I\ \frac{1-\ (\ 1+t\ )^{-n}}{t}$

I : الفائدة المدفوعة سنويا.

C: القيمة الأسمية للسند المطلوبة في الفترة n (القيمة الأسمية للسندC = القيمة الاستهلاكية A).

t : معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر.

n : فترة الاحتفاظ بالأصل أو مدة استحقاق السند[1].

وتوجد ثلاث حالات إما القيمة الاسمية للسند مساوية للقيمة الاستهلاكية أو القيمة الاستهلاكية أكبر من القيمة الاسمية وهنا يستهلك السند بعلاوة، في حين العكس أي القيمة الاستهلاكية أصغر من القيمة الاسمية وهنا يستهلك السند بخصم.

التمرين رقم 43

1– ما هي القيمة الحالية لسند قيمته الإسمية 20000 دج يستحق الدفع بعد 6 سنوات بمعدل فائدة سنوية 9 % ومعدل العائد المطلوب على السند هو 9 %.

---

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص 257. بتصرف

2- ما هي القيمة الحالية لسند قيمته الإسمية 20000 دج يستحق الدفع بعد 6 سنوات بمعدل فائدة نصف سنوية 9 % ومعدل العائد المطلوب على السند هو 9 %[1].

الحل

القيمة الأسمية للسندC = القيمة الاستهلاكية A

1- القيمة الحالية للسند بمعدل فائدة سنوي 9 % :

$$V_0 = I\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + c\,(1+t)^{-n}$$

$$I = 20000 \times 0.09 = 1800$$

$$V_0 = 1800\,\frac{1-(1+0.09)^{-6}}{0.09} + 20000\,(1+0.09)^{-6}$$

$$V_0 = 1800 \times 4.485 + 20000 \times 0.596 = 19993$$

2- القيمة الحالية للسند بمعدل فائدة نصف سنوي 9 % :

وهنا يتم قسمة كل من معدل الفائدة والعائد على 2

$$V_0 = \frac{I}{2}\,\frac{1-(1+t/2)^{-2n}}{t/2} + c\,(1+t/2)^{-2n}$$

$$\frac{I}{2} = \frac{20000 \times 0.09}{2} = 900$$

$$V_0 = 900\,\frac{1-(1+0.09/2)^{-2\times 6}}{0.09/2} + 20000\,(1+0.09/2)^{-2\times 6}$$

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 258 -259 .

$$V_0 = 900 \frac{1-(1+0,045)^{-12}}{0.045} + 20000\ (1+0.045)^{-12}$$

$$V_0 = 900 \times 9.118 + 20000 \times 0.589$$

$$= 8206.2 + 11780 = 19986.12$$

التمرين رقم 44

سند قيمته الاسمية 2000 دج بمعدل فائدة سنوية 5 % ، ويستهلك بعد 5 سنوات بعلاوة قدرها 3 % من قيمته الاسمية.

المطلوب

– حساب ثمن شراء هذا السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق هو 6 %.

الحل

$$p = I \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + A\ (1+t)^{-n}$$

في هذه الحالة نجد هناك علاوة بحيث أن:

القيمة الاستهلاكية للسند A = قيمته الاسمية C + قيمة علاوة الإصدار

قيمة علاوة الإصدار= القيمة الاسمية C × معدل علاوة الإصدار i

أي القيمة الاستهلاكية للسند = قيمته الاسمية + القيمة الاسمية × معدل علاوة الإصدار

$$A = C + C\ .\ i$$

$$= C\ (1+i)$$

$I = 2000 \times 0.05 = 100$

$p = I\ \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + C\ (1+i)\ (1+t)^{-n}$

$p = 100.\ \frac{1-(1+0.06)^{-5}}{0.06} + 2000\ (1+0.03)\ (1+0.06)^{-5}$

$= 421.236 + 1539.352 = 1960.587$

التمرين رقم 45

سند قيمته الاسمية 2000 دج بمعدل فائدة سنوية 5 % ، ويستهلك بعد 5 سنوات بخصم قدره 3 % من قيمته الاسمية.

المطلوب

– حساب ثمن شراء هذا السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق هو 6 %.

الحل

$p = I\ \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + A\ (1+t)^{-n}$

في هذه الحالة نجد هناك خصم بحيث أن:

القيمة الاستهلاكية للسند A = قيمته الاسمية C – قيمة الخصم

قيمة الخصم= القيمة الاسمية C × معدل الخصم 'i

أي القيمة الاستهلاكية للسند = قيمته الاسمية – القيمة الاسمية × معدل الخصم

$A = C - C\ .\ 'i$

$= C(1-'i)$

$$I = 2000 \times 0.05 = 100$$

$$p = I\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + C(1-'i)\,(1+t)^{-n}$$

$$p = 100.\,\frac{1-(1+0.06)^{-5}}{0.06} + 2000\,(1-0.03)\,(1+0.06)^{-5}$$

$= 421.236 + 1449.680 = 1870.9$[1].

المحور الثاني: استهلاك السندات

استهلاك السند هو تلك العملية التي يتم فيها تسديد السند مع فوائده وهناك عدة طرق لاستهلاك السند نذكر منها طريقة الاستهلاكات المتساوية وطريقة الأقساط المتساوية.

1) طريقة الاستهلاكات المتساوية

وتعتمد هذه الطريقة على استهلاك السندات بأعداد متساوية سنويا، أي يتم كل عام استهلاك العدد نفسه من السندات ويتم دفع فوائد رصيد السندات المتبقية. لشرح هذه الطريقة نعتمد على المثال التالي:

التمرين رقم 46

أصدرت شركة سندات قيمة السند الواحد 100 دج وعدد السندات 500 سند وذلك لمدة 5 سنوات وبمعدل فائدة 4 % سنويا، وكانت شروط الإصدار هو أن تستهلك بطريقة الاستهلاكات المتساوية خلال المدة المذكورة.

المطلوب:

[1]- عبد الرزاق فاضل، منذرعواد، ياسر الجندي، مرجع سابق ذكره، ص.ص 90-93. بتصرف

- إيحاد السندات المستهلكة سنويا.
- إعداد جدول الاستهلاكات المناسب[1].

الحل:

1- عدد السندات التي تستهلك سنويا

$$\frac{\text{عدد السندات}}{n} = \frac{500}{5}$$

ما تتحمله الشركة مقابل الاستهلاك السنوي= قيمة السند الواحد × عدد السندات التي تستهلك سنويا

$$= \quad 100 \times 100 = 10000$$

عناصر السنة الأولى

قيمة السندات في بداية السنة الأولى= عدد السندات × قيمة السند

$$= 500 \times 100 = 50000$$

ما تتحمله الشركة في السنة الأولى= ما تتحمله الشركة مقابل الاستهلاك السنوي + الفوائد المستحقة في نهاية السنة الأولى.

الفوائد المستحقة في نهاية السنة الأولى = عدد السندات × قيمة السند × معدل الفائدة السنوي

= قيمة السندات في بداية السنة الأولى × معدل الفائدة السنوي

[1]- عبد الرزاق فاضل، منذرعواد، ياسر الجندي، مرجع سابق ذكره، ص. ص 95 -97. بتصرف

= 50000 × 0.04 = 2000

ما تتحمله الشركة في السنة الأولى= 10000 + 2000 = 12000

عناصر السنة الثانية

قيمة السندات في بداية السنة الثانية = 400 × 100 = 40000

الفوائد المستحقة في نهاية السنة الثانية = 40000× 0.04 = 1600

ما تتحمله الشركة في السنة الثانية= 10000 + 1600 = 11600

عناصر السنة الثالثة

قيمة السندات في بداية السنة الثانية = 300 × 100 = 30000

الفوائد المستحقة في نهاية السنة الثانية = 30000× 0.04 = 1200

ما تتحمله الشركة في السنة الثانية= 10000 + 1200 = 11200

عناصر السنة الرابعة

قيمة السندات في بداية السنة الثانية = 200 × 100 = 20000

الفوائد المستحقة في نهاية السنة الثانية = 20000× 0.04 = 800

ما تتحمله الشركة في السنة الثانية= 10000 + 800 = 10800

عناصر السنة الخامسة

قيمة السندات في بداية السنة الثانية = 100 × 100 = 10000

الفوائد المستحقة في نهاية السنة الثانية = 10000× 0.04 = 400

ما تتحمله الشركة في السنة الثانية= 10000 + 400 = 10400

جدول الاستهلاكات

السنوات	عدد السندات في أول سنة	قيمة السندات في أول سنة	عدد السندات المستهلكة سنويا	قيمة السندات المستهلكة	الفوائد المستحقة سنويا	جملة ما تتحمله سنويا
1	500	50000	100	10000	2000	12000
2	400	40000	100	10000	1600	11600
3	300	30000	100	10000	1200	11200
4	200	20000	100	10000	800	10800
5	100	10000	100	10000	400	10400

2) طريقة الأقساط المتساوية

تشبه هده الطريقة طريقة استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا ، وعلى حسب هذه الطريقة تتم عملية استهلاك السندات بأعداد مختلفة سنويا حيث تساوي جملة ما تخصصه الجهة المصدرة في نهاية كل فترة زمنية لاستهلاك السندات ودفع قيمة الفوائد المستحقة في مواعيدها. لشرح هذه الطريقة نعتمد على المثال التالي:

التمرين رقم 47

أصدرت إحدى المؤسسات المالية قرضا سنديا من 5000 سند بقيمة إسمية للسند مقدارها 500 دج، وعلى أساس فائدة سنوية معدلها 9 % تدفع أخر كل سنة، فإذا علم إن شروط الإصدار تنص على أن تسدد قيمة القرض على أربعة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا.

المطلوب

– تحديد عدد السندات المستهلكة سنويا.

– إعداد جدول الاستهلاك[1].

الحل

قيمة السندات الكلية = عدد السندات × قيمة السند

$= 5000 \times 500 = 2500000$

فائدة السنة الأولى I_1= قيمة السندات في بداية السنة الأولى × معدل الفائدة السنوي

$= 2500000 \times 0.09 = 225000$

حساب القسط السنوي المتساوي A

$$A= \frac{\text{قيمة السندات}}{\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

[1] - عدنان كريم نجم الدين، مرجع سابق ذكره، ص 240. بتصرف.

$$= \frac{2500000}{\frac{1 - (1+0.09)^{-4}}{0.09}} = 771671.65$$

قيمة الاستهلاكات السنوية الأربعة

الاستهلاك السنوي الأول C_1 = قيمة القسط A – الفائدة السنة الاولى I_1

$$546671.65 = 225000 - 771671.65 =$$

$$C_2 = C_1 (1+i) = 546671.65 (1+0.09) = 595872.1$$

$$C_3 = C_2 (1+i) = 595872.1 \ (1+0.09) = 649500.59$$

$$C_4 = C_3 (1+i) = 649500.59 (1+0.09) = 707955.64$$

عدد السندات المستهلكة سنويا

عدد السندات مستهلكة في السنة الأولى= الاستهلاك الأول / عدد السندات

$$1093 = 500 / 546671.65 =$$

عدد السندات مستهلكة في السنة الثانية = الاستهلاك الثاني/ عدد السندات

$$1192 = 500 / 595872.1 =$$

عدد السندات مستهلكة في السنة الثالثة= الاستهلاك الثالث/ عدد السندات

$$1299 = 500 /649500.59 =$$

عدد السندات مستهلكة في السنة الرابعة = الاستهلاك الرابع/ عدد السندات

$$= \quad 707955.64 / 500 = 1416$$

مجموع الاستهلاكات السنوية 249999.98 والفرق ناتج عن التقريب .

عدد السندات المتداولة

عدد السندات المتداولة في السنة الأولى= 5000

عدد السندات المتداولة في السنة الثانية= عدد السندات المتداولة في السنة الأولى– عدد السندات مستهلكة في السنة الأولى.

عدد السندات المتداولة في السنة الثانية= 5000 – 1093 = 3907

عدد السندات المتداولة في السنة الثالثة= عدد السندات المتداولة في السنة الثانية – عدد السندات مستهلكة في السنة الثانية

عدد السندات المتداولة في السنة الثالثة= 3907 – 1192 = 2715

عدد السندات المتداولة في السنة الرابعة= عدد السندات المتداولة في السنة الثالثة – عدد السندات مستهلكة في السنة الثالثة

عدد السندات المتداولة في السنة الرابعة= 2715 – 1299 = 1416.

اعداد جدول الاستهلاك

السنة	عدد السندات متداولة	عدد السندات المستهلكة	رصيد السندات في بداية المدة	القسط السنوي	الاستهلاك السنوي	الفائدة المستحقة
1	5000	1093	2500000	771672	546672	225000
2	3907	1192	1953328	771672	595873	175799
3	2715	1299	1357455	771672	649500	122171
4	1416	1416	707955	771672	707955	63716

المحور الثالث: تقييم الأسهم

1- **تقييم الأسهم الممتازة**

بالأخذ بالاعتبار أن السهم صاحب حق وملكية حيث يحصل مقابل ملكيته على توزيعات نقدية ثابتة دورية لا نهائية، وعليه يمكن حساب القيمة الحالية للسهم الممتاز بالعلاقة التالية[1]:

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Rn}{(1+t)^n}$$

أو بالعلاقة

$$V_0 = \frac{Rn}{t^n}$$

حيث أن:

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 259-260.

R_n = توزيعات نقدية ثابتة دورية غير نهائية.

t^n = معدل العائد المطلوب على السهم الممتاز من طرف المستثمر.

التمرين رقم 48

يملك المستثمر سهم ممتاز يتحصل مقابله على تدفقات نقدية ثابتة لفترة غير منتهية قيمتها 12.5 دج، علما أن معدل العائد المطلوب على السهم الممتاز من طرف المستثمر هو 8 % . ما هي قيمة السهم.

الحل

$$V_0 = \frac{Rn}{t^n} = \frac{12.5}{0.08} = 156.25 \text{ DA}$$

2- تقييم الأسهم العادية

عكس السهم الممتاز حيث صاحبه له الأولوية في الأرباح حيث حامل السهم العادي لا يتحصل على أرباح إلا بعد حصول باقي المستحقين على دخلهم. لذا سيتم تقييم هذا الأخير وفق عدة نماذج حسب مدته إذا كانت محدودة أو غير محدودة فضلا عن نماذج أخرى تتمثل في[1]:

2-1 نموذج تقييم الأسهم العادية لفترة محدودة:

تحسب القمة الحالية للسهم العادي بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Rn}{(1+t)^n} + \frac{Cn}{(1+t)^n}$$

R_n = التوزيعات النقدية المحدودة للسهم العادي للفترة المحدودة.

[1]- صليحة بن طلحة، مرجع سابق ذكره، ص.ص 260-264.

C_n = سعر السهم العادي في الفترة n.

t = معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر.

التمرين رقم 49

يملك المستثمر سهم عادي يتحصل مقابله على تدفقات نقدية ثابتة لفترة لمدة 3 سنوات بقيمة 25 دج، علما أن معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر هو 10 % ، وأن سعر السهم العادي 240.

ما هي القيمة الحالية للسهم العادي؟

الحل

$$V_0 = \frac{Rn}{(1+t)^n} + \frac{Cn}{(1+t)^n}$$

$$= \frac{25}{(1+0.1)^3} + \frac{240}{(1+0.1)^3} = 190.1 \text{ DA}$$

2-2 نموذج تقييم الأسهم العادية لفترة غير نهائية

تحسب القيمة الحالية للسهم العادي بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Rn}{(1+t)^n}$$

أو بالعلاقة

$$V_0 = \frac{Rn}{t^n}$$

R_n = توزيعات نقدية ثابتة دورية غير نهائية.

t^n = معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر.

التمرين رقم 50

يملك المستثمر سهم عادي يتحصل مقابله على تدفقات نقدية ثابتة لفترة غير منتهية قيمتها 25 دج، علما أن معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر هو 10 % ، ما هي القيمة الحالية للسهم العادي؟

الحل

$$V_0 = \frac{Rn}{t^n} = \frac{25}{0.1} = 250 \text{ DA}$$

3-2 نموذج ذو نمو ثابت في التوزيعات

افتراض يعتمد على نمو للتوزيعات لكن بصفة ثابتة عبر الزمن حيث تحسب القيمة الحالية للسهم العادي بالعلاقة:

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R0(1+K)^n}{(1+t)^n}$$

R_0 = التوزيعات للسهم العادي في الفترة 0 .

K: معدل النمو الثابت للتوزيعات.

t^n = معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر.

4-2 نموذج جوردن (Shapiro et Gordon) ذو نمو ثابت في التوزيعات

هو نموذج ظهر في 1956 يعتمد على أن المؤسسة تقدم إلى مساهميها سلسلة من الأرباح R_2 ,R_3 ,R_n ,R_1 بحيث تنمو بمعدل k ، بينما معدل العائد المطلوب من المساهمين t وتكون قيمة السهم هي القيمة الحالية للتدفقات النقدية المستقبلية V_0 التي هي العوائد الناتجة عن امتلاك الأسهم وتظهر بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \frac{R}{(1+t)} + \frac{R(1+K)^1}{(1+t)^2} + \frac{R(1+K)^2}{(1+t)^3} \dots\dots\dots\dots + \frac{R(1+K)^{n-1}}{(1+t)^n}$$

$$V_0 = \sum_1^n \frac{R(1+K)^{n-1}}{(1+t)^n}$$

في حالة $K < t$ وفي إطار زمن غير محدد فإن العلاقة تصبح كما يلي:

$$V_0 = \frac{R}{(t-k)}$$

التمرين رقم 52

إذا علمت أن سهم مؤسسة تنمو عوائده بمعدل 5 % بينما معدل العائد المطلوب من المساهمين هو 11 %، علما أن عائد السهم هو 38 دج . أحسب قيمة السهم.

الحل

بمأن معدل نمو العوائد اقل من معدل المطلوب من المساهمين فإن القيمة الحالية تحسب بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \frac{R}{(t-k)} = \frac{38}{(0.11-0.05)} = 633.33 \text{ DA}$$

5-2 نموذج فيشر ذو نمو متغير في التوزيعات

قيمة السهم هي القيمة الحالية للعوائد V_0 التي يمكن للمستثمر الحصول عليها وتحسب العلاقة كالأتي:

$$V_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Ri}{(1+t)^i} + P_n (1+t)^{-n}$$

n : مدة حياة السهم المتوقعة لبيعه.

R_i : عوائد السهم للسنة i.

P_n : سعر إعادة بيع السهم في المدة n.

t : معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر.

التمرين رقم 53

عوائد سهم مؤسسة خلال 5 سنوات المقبلة على التوالي : 42 دج ، 56 دج، 63 دج ، 75 دج ، 84 دج ، علما أن معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المساهمين هو 11 % ، بينما سعر إعادة بيع السهم في نهاية الخمس سنوات هو 420 دج، أحسب قيمة السهم.

الحل

$$V_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Ri}{(1+t)^i} + P_n (1+t)^{-n}$$

$$V_0 = \frac{R1}{(1+t)^1} + \frac{R2}{(1+t)^2} + \frac{R3}{(1+t)^3} + \frac{R4}{(1+t)^4} + \frac{R5}{(1+t)^5} + P_n (1+t)^{-5}$$

$$V_0 = R1(1+t)^{-1} + R2(1+t)^{-2} + R3(1+t)^{-3} + R4(1+t)^{-4} + R5(1+t)^{-5} + P_n (1+t)^{-5}$$

$$V_0 = 42(1+0.11)^{-1} + 56(1+0.11)^{-2} + 63(1+0.11)^{-3} + 75(1+0.11)^{-4} + 84(1+0.11)^{-5} + 420(1+0.11)^{-5}$$

$$V_0 = 37.83 + 45.45 + 46.065 + 49.40 + 49.84 + 249.25 = 477.835 \text{ DA}$$

قائمة المراجع

أولا: المراجع باللغة العربية

الكتب

1- مناضل الجواري،(2013): مقدمة في الرياضيات المالية، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، ط1.

2- عدنان كريم نجم الدين،(2013): الرياضيات المالية، الاكاديميون للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

3- المومني غازي فلاح، (2002): الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية و التطبيق، الطبعة الثانية، دار المناهج للنشر و التوزيع: عمان، الاردن.

4- بن طلحة صليح، (2015): الرياضيات المالية، الطبعة الأولى منشورات الدار الجزائرية: الجزائر، الجزائر.

5- دادي عدون ناصر، (1995): تقنيات مراقبة التسيير: الرياضيات المالية دروس و تمارينات، الجزء الأول، الطبعة الأولى دار المحمدية: الجزائر، الجزائر.

6- ناصر دادي عدوان،(2001): تقنيات مراقبة التسيير: الرياضيات المالية، دار المحمدية الجزائر، الجزء الثاني.

7- عبد الرزاق فاضل، منذر عواد، ياسر الجندي، (2004): الرياضيات المالية والعامة، منشورات جامعة دمشق.

8- موسى شقيري نوري و نور محمود ابراهيم، (2011): الرياضيات المالية، الطبعة الثانية، دار المسيرة للنشر والتوزيع: عمان، الأردن.

9- عبد الله توفيق الهلباوي،(2009): الرياضيات المالية، مكتبة الحرية للنشر والتوزيع.

المراجع باللغة الأجنبية:

الكتب

1- Mohamed DIOURI, Adil ELMARHOUM,(2008) : MATHEMATIQUES FINANCIERES Cours et exercices avec solutions, Collection Sciences Techniques et Managements des éditions TOUBKAL Publications du Centre de Recherche en Gestion (CRG) de l'IGA.

2- Abdellatife Sadiki, Najib Mikou, Mathématiques financiéres, Casablanca, 4 édition.

3- Mohamed Zaatri(1984) , les mathématiques financiéres, sujets déxamens corrigés,entreprise nationale du livre,Alger.