جامعة باجي مختار عنابة

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Faculté des Sciences Economiques et Sciences de Gestion

ميدان التكوين في العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية

نمـــــاذج الـتنبـــــؤ

المقياس: نماذج التنبؤ

التخصص: اقتصاد وتسيير المؤسسات

المستوى: السنة الثالثة ليسانس

د. بن معزو محمد زكريا (قسم العلوم الاقتصادية،كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير،جامعة باجي مختار– عنابة)

السنة الجامعية: **2022-2021**

جامعة باجي مختار عنابة

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Faculté des Sciences Economiques et Sciences de Gestion

ميدان التكوين في العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية

نمـــــاذج التنبـــؤ

المقياس: نماذج التنبؤ

التخصص: اقتصاد وتسيير المؤسسات

المستوى: السنة الثالثة ليسانس

د. بن معزو محمد زكريا (قسم العلوم الاقتصادية،كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير،جامعة باجي مختار– عنابة)

السنة الجامعية: 2022-2021

التقديم:

- **الجهات المستهدفة من المطبوعة**

هذه المطبوعة موجهة إلى طلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسات (قسم العلوم الاقتصادية).

- **الهدف من المقياس**

يهدف المقياس إلى:

- تطوير مهارات الطلبة في النمذجة الرياضية للظواهر الاقتصادية؛
- تمكين الطلبة من استخدام النماذج الرياضية في التنبؤ بالتطورات المستقبلية للظواهر الاقتصادية والإدارية؛
- تمكين الطالب من استخدام برمجية Excel في بناء النماذج الرياضية والتنبؤ.

- **متطلبات المقياس**

ينتظر أن يكون الطالب على علم بأساسيات الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics) والإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics)، فضلا عن مبادئ استخدام جهاز الكمبيوتر.

- **الأدوات المعتمدة في التدريس**

المراجع العلمية حول الموضوع من كتب ومجلات، فضلا عن استخدام برمجية (Excel) في التطبيقات.

الفهـــرس

قائمة المختصرات

CVS	Série Corrigée des Variations Saisonnières	سلسلة مصححة من التغيرات الموسمية
LED	Lissage Exponentiel Double	تمليس أسي مزدوج
LES	Lissage Exponentiel Simple	تمليس أسي بسيط
MM	Moyenne Mobile	متوسط متحرك
MMC	Moyenne mobile centrée	متوسط متحرك مركزي
NA	Non Available	بيانات غير متوفرة
OLS	Ordinary Least Squares	مربعات صغرى عادية
RAND	Research and Development Corporation	شركة البحث والتطوير
SMA	Simple Moving Average	متوسط متحرك بسيط

قائمة الأشكال

قائمة الجداول

مـقدمــة:

تعتبر رغبة الإنسان في معرفة ما سيؤول إليه مستقبله ومستقبل الأجيال القادمة خاصية متأصلة فيه. ففي العصور القديمة، رصد البابليون حالة السماء ليلا، وهذا على الأرجح لتسهيل زراعة المحاصيل وحصادها . كما كان لدى قدماء المصريين أجهزة للتنبؤ بآثار الفيضانات السنوية لنهر النيل، وهي ضرورية لري وإنعاش حقولهم بتربة جديدة. لكن هناك بعض المحاولات القديمة الأكثر إثارة للتساؤل مثل عرافة دلفي (Oracle of Delphi)، التي قدمت العديد من الأمثلة المبكرة لتنبؤات غامضة؛ وتبعها في القرن السادس عشر العراف الفرنسي نوستراداموس (Nostradamus).

بعيدا عن العرافة، ك ان المفكرون وا لفلاسفة والعلماء منذ أزم نة بعيدة يحاولون التنبؤ بالمستقبل، أو يقومون بالأحرى بوضع تصوراتهم لما يجب أن يكون عليه "المستقبل الفاضل"، بدءا بجمهورية أفلاطون مرورا بآراء أهل المدينة الفاضلة للفارابي، وحتى يوتوبيا (Utopia) توماس مور (Thomas More) في القرن السادس عشر.

لم يعد التنبؤ بالمستقبليات مقصورا على المفكرين والفلاسفة فقط، بل وحتى "العرافين"، فقد اكتسب اليوم صيغة علمية من خلال اللجوء إلى الطرق الحديثة لجمع المعلومات، ومن خلال استخدام نماذج (models) رياضية وإحصائية لاستقراء التطورات المحتملة في ضوء الاتجاهات السائدة . كما يحاول الباحثون في المستقبليات اقتراح الخطوات الواجب اتخاذها والتغييرات المطلوبة للحصول على المستقبل المرغوب.

يستخدم الكثير من الأشخاص التنبؤ بأشكاله المختلفة، ولكن القليل منهم من يع ترف بوجود آلية منطقية أو نموذج رياضي في التنبؤ أو في أي تحليل لنظام اجتماعي أو فيزيائي . ومن ثم فإن السؤال المطروح هو لماذا نستخدم هذه النماذج ونعمل على تقديرها واختبارها إحصائيا؟ هناك على الأقل سببان رئيسان يدعوان إلى ذلك

أولا، إن استخدام النماذج في عملية التنبؤ يثبت بشكل واضح العلاقات المتداخلة بين المتغيرات ويعمل على تقديرها إحصائيا. ثانيا، من الضروري بالإضافة إلى التنبؤات التي سنحصل عليها، أن نعطي درجة من الثقة لتلك التنبؤات كي يستطيع المستخدم استعمالها، أي أن نحدد مقدار الدقة المعطاة لتلك التنبؤات.

تنقسم هذه المطبوعة إلى أربعة محاضرات أساسية، تتفرع عنها عناصر جزئية . أتت **المحاضرة الأولى** بعنوان: **عموميات حول التنبؤ**. أما **المحاضرة الثانية** فقد جاءت تحت عنوان: **الطرق الكيفية للتنبؤ**، وقد خصصت لعرض أبرز هذه الطرق، ونخص بالذكر هنا طريقة دلفي (méthode de Delphes). **المحاضرة الثالثة**، كانت تحت عنوان : **الطرق الكمية للتنبؤ** ، وقد خصصت في جملتها للمعالجة الإحصائية للسلاسل الزمنية من خلال فصل مكوناتها، ومن ثم إعادة تركيبها في صورة نموذج رياضي واستخدامه في عملية التنبؤ . جاءت **المحاضرة الرابعة** بعنوان: **الطرق الاسقاطية**، وقد تم من خلالها عرض لأبرز طرق التمليس الأسي (lissage exponentiel) والتي تندرج بدورها تحت بند المعالجة الإحصائية للسلاسل الزمنية . أخيرا، أتت **المحاضرة الخامسة** تحت عنوان : **استخدام تحليل الانحدار الخطي في التنبؤ**، وقد تم التطرق من خلالها إلى نموذج الانحدار الخ طي البسيط وتطبيقاته على السلاسل الزمنية والمتغيرات الصورية؛ فضلا عن عرض لنموذج الانحدار الخطي المتعدد.

المحاضرة الأولى: عموميات حول التنبؤ (Généralités sur les prévisions):

تمهيد:

يشهد عالم اليوم أكثر من أي وقت مضى، تطورات وأحداث سياسية، اقتصادية، علمية، مفاجئة ومتسارعة . وهذه قاعدة لا يستثنى منها عالم الأعمال، إذ أن أسواق المال والطاقة تعرف تقلبات عنيفة في بعض الأحيان، مما جعل من وظيفة التنبؤ أمرا ضروريا لتمكين رجال الأعمال والمنظمات عموما من اتخاذ قراراتهم المستقبلية في مناخ يسوده شيء من اليقين. منذ أزمة الكساد العظيم سنة 1929، خطت صناعة التنبؤ في الولايات المتحدة خطوات سريعة، وما زالت الأبحاث المتعلقة بالتنبؤ في تطور مستمر حتى الوقت الحاضر؛ وقد ساعد في ذلك إلى حد بعيد توفر البيانات حول المؤسسات والأسواق والحكومات، فضلا عن التطور الهائل في قدرات أجهزة الحاسوب التي أصبح في إمكانها معالجة كم هائل من البيانات في وقت وجيز.

خصص القسم الأول من هذه المحاضرة إلى عرض لماهية التنبؤ من خلال تعريفات القواميس والخبراء؛ أما القسم الثاني فتمثل في عرض تاريخي موجز لتطور عملية التنبؤ منذ فجر تاريخ البشرية، إلى غاية ظهور الكتابة والحضارة، وصولا إلى الزمن الحاضر. أما القسم الثالث والأخير فقد خصص لعرض مفهوم الدورة الاقتصادية ومحاولات استخدامها في التنبؤ بالوضع الاقتصادي.

1. تعريف التنبؤ:

- يعرف قاموس لاروس التنبؤ من منظور إقتصادي كما يلي:

التنبؤ: "هو حساب تطور الوقائع الحالية، وإسقاط الوضع الراهن على المستقبل".

Prévision : « Calcul de l'évolution des faits présents et projection de la situation présente dans l'avenir».[1]

- أما قاموس أوكسفورد فيعرفه كما يلي:

التنبؤ: "هو أن أقول (بمساعدة معلومات) ما الذي سيحدث على الأرجح في المستقبل".

Forecast : "To say (with the help of information) what will probably happen in the future".[2]

- يعرف قاموس كامبردج للإحصاء التنبؤ كما يلي:

"الإسقاط المحدد الذي يعتقد المحقق (الدارس) أنه من المرجح أن يوفر تنبؤًا دقيقًا للقيمة المستقبلية لبعض العمليات (الظواهر). يستخدم التنبؤ بشكل عام في سياق تحليل السلاسل الزمنية".

"The specific projection that an investigator believes is most likely to provide an accurate prediction of a future value of some process. Generally used in the context of the analysis of time series"[3].

- تعرف الموسوعة المختصرة للإحصاء التنبؤ كما يلي:

"التنبؤ هو استخدام البيانات الإحصائية والنظرية الاقتصادية والظروف غير الاقتصادية من أجل تكوين رأي معقول حول الأحداث المستقبلية".

"Forecasting is the utilization of statistical data, economic theory and noneconomic conditions in order to form a reasonable opinion about future events".[4]

2. تاريخ موجز للتنبؤ:

تعلمنا السجلات الأثرية القديمة بأن أولى المحاولات التي قامت بها البشرية للتنبؤ تعود إلى فترة ظهور الكتابة، ولكن من المؤكد أن التنبؤ يسبق هذه السجلات؛ إذ أن مجموعات الصيادين في العصور البدائية كانت بحاجة إلى التنبؤ بمكان وجود الفرائس، وأين يمكن العثور على النباتات الصالحة للأكل ومصادر المياه في أوقات مختلفة من العام. للقيام بذلك، يجب أن يكونوا قد شكلوا وجهات نظر حول الأوقات المحتملة لهطول المطر والجفاف بالإضافة إلى الفصول المتغيرة. في العصور القديمة، رصد البابليون التطور السنوي لحالة السماء ليلا، على الأرجح لتسهيل زراعة المحاصيل وحصادها؛ كما أن المصريين القدماء قد امتلكوا أجهزة للتنبؤ بتأثيرات الفيضانات السنوية لنهر النيل، وهي ضرورية لري وإنعاش حقولهم بتربة جديدة. ولكن هناك بعض المحاولات القديمة المشكوك فيها مثل (عرافة دلفي) Oracle of Delphi، التي قدمت العديد من الأمثلة المبكرة للتنبؤات الغامضة (عادةً)، وتبعها في القرن السادس عشر العراف الفرنسي الشهير (نوستراداموس) Nostradamus.

---

[1] Mével. J-P *et al*. (1979). Larousse de la langue française: Lexis, Librairie Laousse, Paris, p. 1496.
[2] Oxford wordpower dictionary. (2013). Oxford University Press, China, p. 314.
[3] Everitt. B. S. (2000). The Cambridge dictionary of statistics, 2nd Edit, UK, Cambridge University Press, p. 149.
[4] Dodge. Y. (2008). The concise encyclopedia of statistics, Springer, USA, p. 206.

ربما كانت إحدى أولى المحاولات للتنبؤ الإحصائي تعود إلى الاقتصادي الإنجليزي، السير (ويليام بيتي) Sir William Petty، خلال القرن السابع عشر. في مساهماته الرئيسية في الاقتصاد الكمي، والتي أطلق عليها الحساب السياسي (political arithmetic)، حيث حاول بيتي تحديد متغيرات الاقتصاد الكلي. من خلال القيام بذلك، لاحظ "دورة أعمال" مدتها سبع سنوات، وهذا من شأنه أن يوفر الأساس للتنبؤات الاقتصادية المنتظمة.

ازدهرت صناعة التنبؤ في الولايات المتحدة في بداية القرن العشرين في عشرينيات القرن الماضي، واعتمدت آنذاك أحدث الأساليب لمقاييس الأعمال ومنحنيات ABC التي اقترحها (وارن بيرسونز) Warren Persons. على الرغم من إدراج شخصيات بارزة مثل (إيرفينغ فيشر) Irving Fisher، فشل الجميع تقريبا في التنبؤ بأزمة الكساد العظيم في العام 1929، باستثناء (روجر بابسون) Roger Babson. ثم فقد بابسون أيضا مصداقيته من خلال توقع نهاية هذه الأزمة مرارا وتكرارا، ولكن ذلك لم يتحقق[1].

أدت هذه الكارثة (عدم القدرة على التنبؤ بأزمة 1929) إلى زيادة كبيرة في جمع البيانات الاقتصادية، حيث أن الأزمة كانت قد امتدت خلال وبعد الحرب العالمية الثانية. كما أدى ذلك إلى تطوير أساليب إحصائية أفضل للنمذجة الاقتصادية في محاولة لفهم الخطأ الذي حدث.

3. الدورة الاقتصادية كأداة للتنبؤ:

تعد فكرة الدورة (cycle) وسيلة قديمة جدا للتنبؤ، إذ نجدها في الحضارة الصينية القديمة متجسدة في طاقتي الين واليانغ (Yin and Yang) والتي تعني الازدهار والانكماش. من بين معاني هاتين الطاقتين في الفلسفة الصينية القديمة نجد أن (اليانغ) يعني الازدهار والارتفاع، أما (الين) فيعني الانكماش والانخفاض.

نجد فكرة الدورة كذلك في الكتب السماوية، حيث ورد ذكر قصة السنوات السبع أو البقرات العجاف والبقرات السبع السمان في القرآن الكريم (سورة يوسف) وفي العهد القديم (التوراة).

إذن، من الواضح أن فكرة الدورة الاقتصادية ظاهرة معروفة عند الحضارات القديمة، إلا أن هذه الظاهرة لم يتم التعامل معها بطريقة علمية لأغرا ض التنبؤ إلى غاية سنة 1856، حيث اكتشف عالم الاقتصاد والإحصاء الفرنسي (Clément Juglar : 1819-1905) الصفة الدورية التي تتميز بها الأزمات التي كانت تعتبر حتى ذلك الحين عارضة (عشوائية خاضعة للصدفة).

الأمر لم يكن برأيه مجرد أحداث عارضة أو طارئة، بل حوادث تبدو خاضعة لقوانين. لهذا كان يجب التمكن من استباق هذه الظواهر المخربة، ثم تخفيف مفعولها وربما تفادي عودتها . وهكذا طرحت مسألة التنبؤ بالأزمات، وأتت بعدها سلسلة من الأبحاث في مسألة التنبؤ لا تزال مستمرة إلى اليوم

[1] Castle. J *et al*. (2019). Forecasting : An essential introduction, Yale University Press, USA, p. 5.

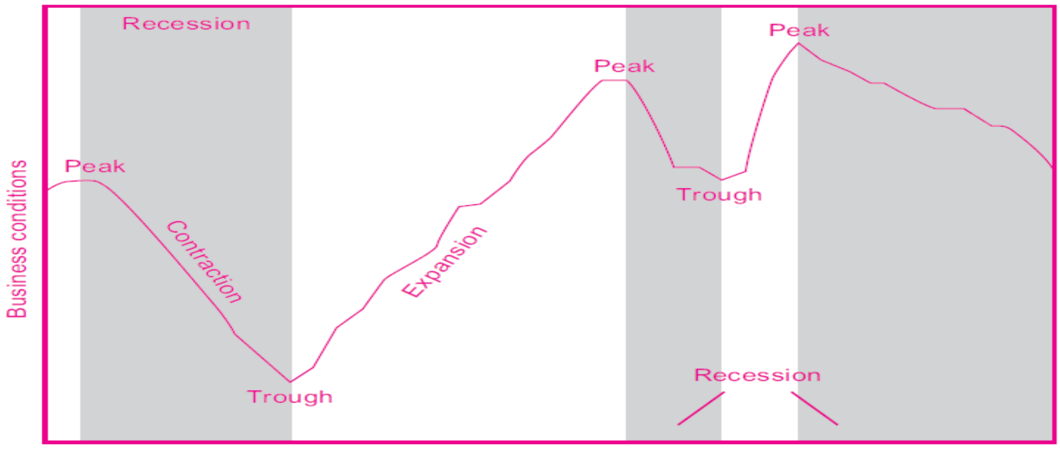
1.3. تعريف الدورة الاقتصادية:

هي حركة شبه دورية تشتمل على مرحلة متزايدة (الانتعاش) ومرحلة متناقصة (الركود). في معظم الأبحاث حول السلاسل الزمنية، يتم تجميع الاتجاه العام والدورة في مكون واحد.

« Le cycle est un mouvement d'allure quasi périodique comportant une phase croissante et une phase décroissante (...). Dans la plupart des travaux sur les séries temporelles, la tendance et le cycle sont regroupés en une seule composante »[1].

على المستوى الاقتصادي الكلي، تعبر الدورة الاقتصادية عن الحركات الصاعدة والنازلة لإجمالي الناتج المحلي حول الاتجاه العام (trend) لنموه خلال الفترة الطويلة.

الشكل 1.1: نموذج الدورة الاقتصادية



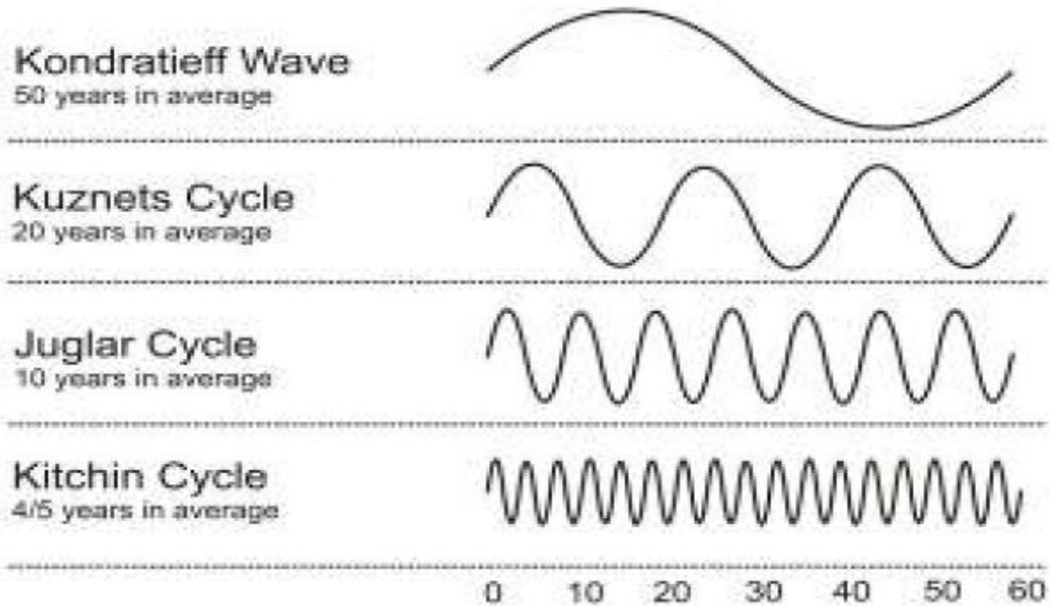
Source : Samuelson. P. A ; Nordhaus. W. D. (2010). Economics, 19th Edit, McGraw-Hill, USA, p. 429.

2.3. بعض الدورات الاقتصادية الشهيرة:

- دورة كيتشين (Kitchin business cycle): من 4 إلى 5 سنوات في المتوسط؛
- دورة جوغلار (Juglar cycle): 10 سنوات في المتوسط؛
- دورة كيزنيتس (Kuznets cycle): 20 سنة في المتوسط؛
- موجة كوندراتييف (Kondratieff wave): 50 سنة في المتوسط.

[1] Bourbonnais. R; Usunier. J-C. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris, p. 34.

الشكل 2.1: نماذج لبعض الدورات الاقتصادية الشهيرة



Source : Jadevicius, A., Sloan, B., & Brown, A. (2010, September). *A century of research on property cycles – a review of research on major and auxiliary business cycles*. Paper presented at XI BSV International Conference on Valuation and Investment,, Minsk, Belarus, *p.2*. On the link. https://www.napier.ac.uk/~/media/worktribe/output-207303/paperiminsk2010pdf.pdf

بعد تقديمنا لمفهوم الدورة الاقتصادية، يتضح أنه حتى نتمكن من التنبؤ بهذه الدورات على اختلاف أنواعها لابد أن يتوفر الباحث أو متخذ القرار على معلومات سابقة (تاريخية) عن الظاهرة محل الدراسة . بعبارة أخرى، لابد من أن يتوفر على معلومات من الماضي لكي يتمكن من التنبؤ بالمستقبل، هذا بافتراض أن التاريخ يعيد نفسه . تندرج تقنيات التنبؤ هذه ضمن مجموعة واسعة تسمى **بالطرق الكمية**.

لكن، في حال عدم توفر الباحث أو متخذ القرار على معلومات من الماضي، كأن تكون الظاهرة جديدة (طرح منتوج جديد مثلا). هنا تصبح الطرق الكمية عاجزة عن التنبؤ، ويبرز دور **الطرق الكيفية (النوعية)** التي ستكون موضوع المحاضرة القادمة.

المحاضرة الثا نية: الطرق الكيفية (النوعية) للتنبؤ (Méthodes qualitatives de prévisions) :

تمهيد:

تنقسم طرق التنبؤ إلى نوعين: طرق كمية وطرق غير كيفية (نوعية). تستند الطرق الكمية للتنبؤ على بيانات سابقة (بيانات تاريخية) حول المتغير المراد التنبؤ به . تكون الطرق الكمية صالحة للتنبؤ عندما تتوفر لدينا بيانات سابقة نرتكز عليها ونحاول التنبؤ بالمستقبل من خلالها . في كثير من الحالات لا تتوفر بيانات سابقة، مثلا إذا كان الهدف هو التنبؤ بمبيعات منتج جديد، أو في حالة التغير الجذري لمعطيات السوق بحيث تصبح البيانات التاريخية غير مجدية، كأن تنتقل المؤسسة إلى نشاط جديد أو منطقة جديدة، أو تطرأ تحولات كبيرة على التكنولوجيا المستخدمة، أو الاقتصاد عموما مثل نشوب حرب أو أزمة مالية أو سياسية. في مثل هذه الحالات تظهر أهمية الطرق النوعية في التنبؤ. تجدر الإشارة إلى أن المحلل يمكن أن يستخدم أكثر من طريقة كوسيلة لتدقيق التنبؤ وزيادة الثقة.

خصص القسم الأول من هذه المحاضرة لعرض طريقة دلفي Delphi، من خلال التعريف بأهم خطواتها وأبعادها. أما القسم الثاني فقد خصص لعرض طرق كيفية أخرى للتنبؤ، كطريقة أبحاث التسويق، طريقة رأي الخبراء، طريقة السيناريوهات، وغيرها من الطرق.

1. طريقة دلفي:

1.1. تعريف طريقة دلفي:

- **التعريف الأول**: هي طريقة للبحث في العلوم الاجتماعية والإنسانية تستهدف تجميع آراء خبراء في موضوع محدد وإبراز نقاط الاتفاق والإجماع من خلال تعريضهم لموجات متتالية من الأسئلة.
- **التعريف الثاني**: تستخدم هذه الطريقة على وجه الخصوص في إدارة المشاريع والتنبؤ الاقتصادي . والمبدأ الذي تقوم عليه هو أن التنبؤات التي يقوم بها فريق من الخبراء المهيكلين تكون عموما أكثر موثوقية من تلك التي تقدمها المجموعات غير المهيكلة أو الأفراد المنعزلين . هؤلاء الخبراء يكونون مستقلين مكانيا عن بعضهم البعض، كما يتم الحفاظ على سرية هوية (l'anonymat) كل خبير.

تم تطوير هذه الطريقة في عام 1948 في الولايات المتحدة من طرف كل من (نورمان دالكاي وأولاف هيلمر Norman Dalkey et Olaf Helmer) التابعين لشركة (RAND : Research and Development Corporation) . وهي منظمة حكومية تعنى بالبحث في تطوير أدوات لمساعدة متخذي القرار ومسطري السياسات العمومية. تستخدم الطريقة في ميادين شتى: المجتمع، الاقتصاد، الصحة، التكنولوجيا، الإدارة، البيئة وغيرها.

تعتمد طريقة دلفي على استشارة منهجية للخبراء من خارج المؤسسة، من خلال مجموعة من الأسئلة التي توجه إليهم. يقدم كل خبير إجاباته مبررة، فيقوم فريق العمل المشرف على العملية (المحللون) بتسجيل الإجابات وإعادة إرسالها إلى الخبراء من دون كشف هوياتهم، يقوم كل خبير بتقديم تقدير جديد يقوم فيه بتأكيد رأيه الأول أو تعديله على ضوء ما اطلع عليه من آراء نظرائه، وهكذا إلى أن يتم التوصل إلى إجماع نهائي[1].

يمكن أن يكون الخبراء أكاديميين أو مهنيين لديهم خبرات معترف بها، ويعمل فريق العمل على تنويع الخبراء لتمثيل فئات ووجهات نظر مختلفة.

المبدأ الذي تقوم عليه الطريقة، هو أنه إذا طلبنا من خبراء مستقلين عن بعضهم البعض إعطاء تقدير عن أمر ما، فستأتي آراؤهم في البداية متباينة، لكن إذا ما كررنا العملية مع إعطائهم إمكانية الاطلاع على آراء وحجج بعضهم البعض (طبعا مع الحفاظ على سرية هوية كل خبير) فإن تقديراتهم ستتقارب شيئا فشيئا وتستقر على رأي واحد.

2.1. خطوات طريقة دلفي:

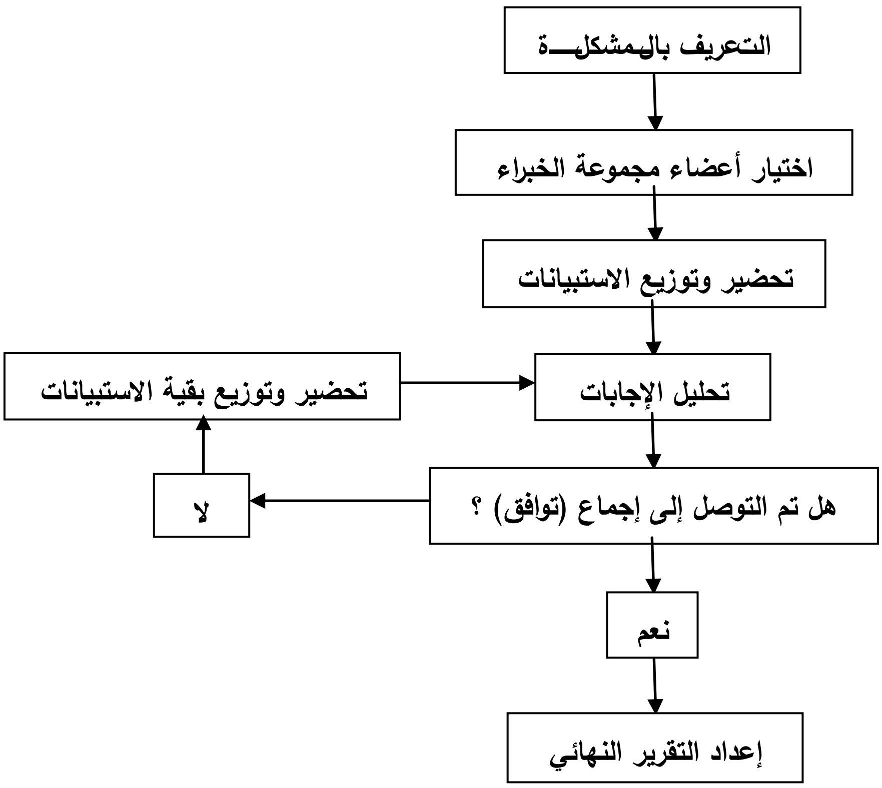
- التعريف بالمشكلة محل الدراسة؛
- تعيين فريق لتنظيم الاستشارة (المحللون)؛
- صياغة دقيقة لمشكلة البحث في مجموعة من الأسئلة (استبيان) ومراجعتها مع عينة من الأفراد للتحقق من أنها تفهم فعلا كما قصد منها وخلوها من الغموض؛
- تعيين مجموعة كافية ومتنوعة من الخبراء (يوصى بأن لا يقل العدد النهائي عن 25 خبيرا)؛
- إرسال الأسئلة إلى الخبراء وطلب إجابات مدعمة بالحجج؛
- تسجيل وتحليل نتائج الخبرة الأولى؛

[1] بو عبد الله صالح، تقنيات التنبؤ، مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثالثة تخصص إدارة أعمال، جامعة محمد بوضياف بالمسيلة (الجزائر)، ص. 195.

- في حال لم يكن هناك توافق في الآراء، يتم إرسال الأسئلة مرة ثانية إلى كل خبير مرفقة بآراء نظرائه، وطلب مراجعة أو تأكيد رأيه الأول؛
- مواصلة العملية إلى أن يتم التوصل إلى استقرار في التوقعات وتقاربها؛
- عند التوصل إلى إجماع أو توافق تتم صياغة حوصلة وتقديمها للجهة المعنية ثم إعداد تقرير نهائي.

في الإمكان تلخيص كافة الخطوات السابقة من خلال المخطط الموالي:

الشكل 1.2: سيرورة عمل طريقة دلفي



Source: Lin S., Shen L., Xiong C., Li X. (2020) Multi-criteria Group Decision Making and Group Agreement Quotient Analysis Based on the Delphi Method. In: Barolli L., Hussain F., Ikeda M. (eds) Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems. CISIS 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 993. Springer, Cham. http://sci-hub.cc/10.1007/978-3-030-22354-0_22

3.1. إيجابيات وعيوب طريقة دلفي:

1.3.1. الإيجابيات:

- التحرر من التأثر بالمصالح الشخصية التي تنجم عن الاستشارة الداخلية؛
- عدم كشف هوية الخبراء بعضهم لبعضهم يحفظ استقلالية الرأي ويمنع التأثر بالرأي السائد أو بأفراد معينين بسبب الشهرة أو المرتبة العلمية أو المكانة؛
- مفيدة في جلب وجهات نظر جديدة للمؤسسة من هؤلاء الخبراء الخارجيين؛

- لا تتطلب جمع الخبراء في مكان محدد، وبالتالي يمكن اختيار الخبراء من أي مكان؛
- تسمح المراحل المتتالية بتنقيح الآراء والتقديرات وتوليد أفكار جديدة ومناقشتها؛
- تسمح بالاستفادة من نوع من المعارف المستعصية، كالخبرات غير المكتوبة، كتجارب المستهلكين مثلا؛
- نسبيا تعتبر الطريقة غير مكلفة، ما عدا تكلفة الخبرة ليس هناك تكاليف أخرى كبيرة، فعملية التنسيق وتنظيم الاتصال والتحليل واستخلاص النتائج يمكن أن يقوم بها فرد أو فريق صغير من المؤسسة.

2.3.1. العيوب:

- يمكن أن تكون مكلفة إذا تطلبت عددا كبيرا نسبيا من المستشارين ذوي الأتعاب العالية. في بعض الحالات يمكن أن تتضمن العملية انتقال المحلل إلى الخبراء (دلفي وجها لوجه) للاستماع إليهم مباشرة. في هذه الحالة تتضمن التكلفة تنقل وإيواء المحلل ومكان المقابلة. تكلفة التنسيق لا تكون كبيرة إذا أوكلت لفريق عمل من المؤسسة، لكن قد تكون عالية إذا أوكلت إلى مكتب خارجي مختص؛
- الزمن اللازم يتوقف على عدد المشاركين وسرعة استجابتهم في مختلف مراحل الاستشارة وقد يكون طويلا؛
- الخبراء لا يعرفون المؤسسة، وقد تظللهم الأسئلة المكتوبة إذا لم تتم صياغتها بالعناية اللازمة؛
- المؤسسة قد لا ترغب في الكشف عن أهدافها إلى خبراء خارجيين خشية أن تكشف استراتيجياتها للمنافسين (عدم وضوح المشكلة بالنسبة للخبير)؛
- ليس من السهل دائما إيجاد الخبراء الذين لديهم فعلا الدراية اللازمة، فضلا عن التمتع بالموضوعية؛
- صياغة الأسئلة يمكن أن تأثر على الإجابات وكذلك الطريقة التي يتم بها تنظيم العملية برمتها (في حال ما إذا كانت أسئلة موجهة).

4.1. توجيهات مهمة حول طريقة دلفي:

لكي تتم العملية بنجاح من المهم الالتزام بجملة من القواعد:

- الحفاظ على سرية هوية المشاركين في الاستشارة؛
- التسجيل الآني لكل مراحل الاستشارة، لكي يمكن الرجوع إليها خلال العملية وعند صياغة التقرير النهائي؛
- ضرورة التزام المحلل بالنزاهة وذلك بالسماح لجميع الآراء بالبروز وترك مسألة إنضاجها للمناقشة، وألا يدفعه البحث عن إجماع إلى تجاهل الآراء المختلفة لكي لا يقود ذلك إلى تخلي البعض عن المشاركة والانسحاب من العملية؛
- الالتزام بالحياد من طرف المحلل وذلك بأن لا يفرض توجها معينا على المشاركين من خلال الإدلاء بآرائه الخاصة؛
- الصياغة المناسبة للأسئلة لكي لا تكون موجهة للخبير نحو إجابات معينة أو تقبل أكثر من تأويل أو تكون مشوبة بالغموض؛
- التدقيق والتنوع في تعيين الخبراء، فهذه عملية حساسة يجب أن تتم بطريقة موضوعية وأن يكون فريق الخبراء متنوعا بحيث يمثل مختلف التوجهات الموجودة؛

- يستحسن أن يكون العدد كبيرا نسبيا (25 خبيرا على الأقل)، فيجب أن نتوقع أن عددا من الخبراء سيرفض المشاركة منذ البداية وأن بعضهم سينسحب أثناء العملية؛
- الشفافية في إجراءات الاستشارة، وإذا كانت الاستشارة تتم من قبل هيئة غير ربحية فمن المهم التصريح بالجهة الممولة، وأية علاقات أخرى؛
- الانضباط في إدارة وقت العملية؛
- التعويض المادي المناسب للخبراء لضمان التزامهم.

2. طرق كيفية أخرى للتنبؤ:

1.2. طريقة أبحاث التسويق:

لا تستهدف أبحاث التسويق فقط التقدير الكمي لقيمة متغير ما، كالمبيعات، وإنما ترمي إلى تخفيف المخاطرة المترتبة عن قرار أو استراتيجية معينة من خلال الإجابة على أسئلة قد تكون متعددة، مثلا: ما هو السعر المناسب؟ ما هو التغليف المناسب؟ ما هي مخاطر رفع السعر على ولاء الزبائن؟

كما يمكن أن تكون عن سبب انخفاض المبيعات أو تقلص الحصة السوقية، أو عن فعالية حملة إشهارية ما، أو عن السوق المحتملة لمنتج جديد، أو أفضل طريقة لترقية خدمة أو منتج.

لا يكتفي المكلف بالدراسة بهذه الأسئلة الأولية " التسييرية " التي يطرحها متخذ القرار وإنما يعمل على ترجمتها إلى أسئلة بحثية أكثر دقة وقابلة للقياس والاختبار، تتعلق مثلا بالزمن الذي يبقى فيه المتلقي متذكرا لمضمون رسالة إشهارية معينة، أو حول نية الشراء.

يمكن أن توكل أبحاث التسويق إلى شخص من داخل المؤسسة (مصلحة التسويق) ولكن كثيرا ما يتم طلب خدمات جهة خارجية لإنجاز الدراسة، مكتب دراسات أو خبير. تعتمد أبحاث التسويق بالدرجة الأولى على التحقيقات الميدانية عبر الاستبيان لاستطلاع آراء ومواقف وتوقعات وحاجات الزبائن. يتم جمع البيانات عبر الهاتف أو البريد الالكتروني أو العادي، أو من خلال المقابلة المباشرة مع المستجوبين. تستخدم أبحاث التسويق أيضا المصادر الأخرى من منشورات علمية ونشرات وتقارير الهيئات الرسمية، ووسائل الإعلام المختلفة. كما يمكن أن تستخدم مجموعات النقاش أو آراء الخبراء. يمكن أيضا أن تستخدم المعلومات المنشورة على مواقع الانترنت للمنافسين، أو في نقاط البيع. بعض المؤسسات تستخدم مواقع الانترنت لفتح حوار مع المستهلكين والحصول منهم على أفكار جديدة بهدف تطوير منتج جديد أو حل معضلة ما.

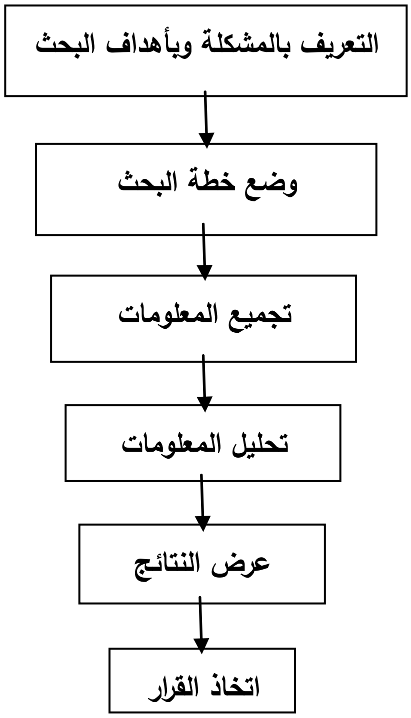
أحيانا تلجأ المؤسسات إلى وسائل أكثر تعقيدا، فتقوم باستكشاف سلوك الزبائن من خلال استهداف عينة أو سوق تجريبية (test-market) بعروض أولية، قبل عملية العرض النهائية. أي أن المؤسسة تقوم بعرض منتجها في حيز جغرافي محدود ثم تراقب استجابة وسلوك المستهلكين ثم تستخلص النتائج قبل النزول النهائي بمنتجها إلى السوق[1].

هناك ابتكارات أخرى في مجال أبحاث التسويق، إذ أن جملة من الباحثين كانوا قد شرعوا خلال السنوات الأخيرة في تطوير تقنيات بالاعتماد على علم الأعصاب (Neuroscience)، تبحث هذه التقنيات في مراقبة نشاط الدماغ لأجل قياس أفضل لدرجة استجابة المستهلك لمحفزات التسويق من إشهار وترويج وغيرها من الرسائل . يسمى هذا النوع

[1] بو عبد الله صالح، المرجع نفسه، ص. 199.

من الأبحاث بالتسويق العصبي (Neuromarketing). تستخدم شركات مثل : (NeuroFocus) و (EmSense) تكنولوجيا رسم تخطيط ال دماغ (EEG : Electroencephalograph) لرصد العلاقة بين المحفزات التسويقية وبعض المؤشرات الحيوية مثل: حرارة الجلد أو حركة العين.

الشكل 2.2: سيرورة عمل طريقة أبحاث التسويق



Source : Kotler. P. and Keller. K. L, Marketing Management, 14th Ed, Pearson, USA, 2012, p. 99.

2.2. طريقة استطلاع رأي القوى البيعية:

تعتمد المؤسسات على بائعيها وموزعيها في تقدير المبيعات أو الطلب على منتجات المؤسسة أو خدماتها. يقدم كل رجل بيع أو موزع تقديرا للطلب في منطقته، ويتم تجميع هذه التنبؤات لتقدير حاجات المؤسسة من المواد أو الطاقة أو الموارد البشرية. يتم تجميع التوقعات وفق رزنامة دورية، غالبا كل شهر، وعبر الهيكل الإداري للمؤسسة ابتداء من أسفل السلم، أي البائعين المباشرين أو الموزعين حسب الحالة، ومن ثم يتم تجميع هذه التنبؤات على مستوى إطارات المؤسسة في المستويات الأعلى. الغرض طبعا في هذه الهرمية، هو استخراج المعلومة من أقرب جهة إلى المستهلكين، فرجال البيع هم الأقرب إلى الزبائن.

في حالة التعدد الكبير لمنتجات المؤسسة أو مبيعاتها، يتم تقسيم هذه الأخيرة إلى مجموعات متجانسة وليس التنبؤ لكل منتج على حدة. التقسيم يكون على أساس التكلفة والأهمية للمؤسسة وأيضا على أساس دورة الطلب والإنتاج والتخزين.

ميزة هذه الطريقة هي سهولتها النسبية واعتمادها على رجال الميدان، فهم أقرب إلى الزبون وإلى الواقع الميداني. رجل البيع كل في منطقته وفي المنتجات التي يختص بها يمكنه أن يقدم معلومات خاصة بمنتج محدد ومنطقة محددة، فهي

طريقة تقدم معلومات مفصلة. عيب هذه الطريقة هو ذاتية رجال البيع، فقد تكون لهم دوافع خاصة لتضخيم التوقعات أو تدنيتها، ويمكن أن تكون توقعاتهم مبنية على الحدس وغير مبنية على معلومات حقيقية.

يمكن أن تأخذ الطريقة وقتا طويلا نسبيا إذا اتسعت شبكة رجال البيع والمخازن وتعددت المستويات التي تنتقل عبرها المعلومة. ليس هذا بسبب البطء في وصول المعلومة وإنما بسبب البطء في إعدادها وإرسالها من قبل البعض على الأقل من ممثلي المؤسسة على مستوى القاعدة.

3.2. طريقة رأي التنفيذيين التابعين للمؤسسة:

قد يتم الاكتفاء باستشارة إطارات وخبراء المؤسسة في المستويات العليا والمتوسطة من مصالح مختلفة: الإنتاج، التسويق، التموين، المالية وغيرها. يتم بعد ذلك تجميع التقديرات لتشكيل تنبؤ واحد. الاستشارة الحصرية للإطارات يمكن أن تكون بشكل منفصل لكل إطار على حدة، من أجل الحصول على آراء مستقلة؛ أو تجميع الإطارات المشاركة في ورشة عمل للخروج بشكل جماعي بتقدير موحد. في هذه الحالة، فإن العمل في فريق يمكن أن يحسن التوقعات لأنه يساعد على تبادل المعلومات، والتي قد لا تتوفر للجميع، لكنه في الوقت نفسه يمكن أن يؤدي إلى هيمنة رأي الإطارات الأكثر نفوذا. من عيوب التفكير الجماعي أيضا التأثر بالرأي السائد لدى الأغلبية، مما يقمع الأفكار الجديدة أو المختلفة.

للسماح ببروز مختلف الأفكار في اجتماع الإطارات، يمكن استخدام طريقة "العصف الذهني"، وهي طريقة مشهورة يعمل فيها مسير النقاش (Facilitator) في البداية على استخراج كل الأفكار بدون نقد أو مناقشة ويدونها على صبورة، ثم بعد ذلك تعرض الأفكار للتنقيح جماعيا. شيئا فشيئا يعمل مسير النقاش على التوصل إلى إجماع أو توافق.

ميزة هذه الطريقة هي السرعة والسهولة، وقلة التكلفة. عندما لا يتوفر الوقت الكافي لإجراء استشارة موسعة، فإن حصر عدد المتدخلين يوفر وقتا ثمينا في التوصل إلى تقدير نهائي يقدم لمتخذ القرار، مما يسمح بتسريع الاستجابة لتغيرات السوق والمحيط عموما. من مميزات هذه الطريقة أيضا هو كونها تعتمد على الأفراد الداخليين، فهي لا تعرض أسرار المؤسسة للكشف.

أما عن عيوب الطريقة، فهو أنها تعتمد على الحكم الذاتي للإطارات، كما أن الآراء التي يقدمونها يمكن أن تتأثر بمصالحهم الشخصية. كثيرا ما تستخدم هذه الطريقة بمعية الطرق الكمية، مثل معادلة الاتجاه العام (Trend Equation)، حيث يتم تعديل نتائج هذه الأخيرة على ضوء تقديرات الطريقة الكيفية.

4.2. طريقة رأي الخبراء:

كثيرا ما تكون أول خطوة تخطر على بال المسير هي استشارة خبير أو مجموعة خبراء من المهنيين أو الأكاديميين، يتراوح عددهم بين 5 و 20 ، من داخل وخارج المؤسسة. يمكن أن تتم استشارتهم على انفراد أو من خلال مجموعات نقاش أو استخدام أساليب مثل العصف الذهني لتجميع أكبر قدر من الأفكار الجديدة. هذه الطريقة أقل تطلبا من طريقة دلفي من حيث الوقت والتكلفة، لكن طريقة دلفي تعتبر أكثر عمقا في التحليل وأكثر ضمانا لاستقلال الآراء.

5.2. طريقة المقارنة التاريخية:

تفترض هذه الطريقة أن "التاريخ يعيد نفسه". حيث يتم النظر في حادثة مشابهة وقعت في الماضي، أو منتج مشابه لأجل الخروج بتوقعات بشأن منتج جديد أو حادثة جديدة. مثلا، لتقدير مبيعات النسخة الأخيرة من منتج معين تستخدم المؤسسة معلومات حول مبيعات النسخة السابقة. كذلك، لتقدير حالة السوق بعد أزمة معينة يمكن أن ننظر في

أزمة مشابهة في الماضي، مع اعتبار التغيرات في المحيط التي تكون قد طرأت منذ ذلك الوقت. مثلا، بعد الحرب العالمية الثانية توقع الجميع أن تحدث أزمة اقتصادية كالتي وقعت بعد الحرب العالمية الأولى (أزمة الكساد العظيم، 1929).

تعتبر هذه الطريقة سريعة وسهلة نسبيا، وقد تكون دقيقة إذا تمت مراعاة الفروقات بين المنتجات وبين الوقائع والتغيرات في المحيط وفي المؤسسة نفسها.

6.2. طريقة السيناريوهات:

السيناريو هو حكاية مؤلفة كتوقع لما سيصير عليه محيط المؤسسة خلال الفترة المقبلة، من ثلاث أو أربع وقد تصل إلى 10 سنوات. تكتب مجموعة من السيناريوهات حول النتائج المحتملة لسياسة أو قرار معين وذلك انطلاقا من تنبؤات متباينة، عادة: تنبؤ متشائم، تنبؤ متفائل وتنبؤ معتدل. تقدم السيناريوهات لمتخذ القرار ويترك له الحكم على أيها أكثر احتمالا. في جميع الأحوال، تقوم المؤسسة في الواقع بالاستعداد للسيناريوهات المختلفة، وخاصة للأسوأ منها.

المحاضرة الثالثة : الطرق الكمية في التنبؤ (Méthodes quantitatives de prévisions):

تمهيد:

تعاني الطرق النوعية في التنبؤ من مسألة ذاتية (تغلب الحكم الشخصي)، إذ تستند إلى رأي وحكم المستهلكين والخبراء؛ وهي تكون مناسبة عندما لا تتوفر بيانات سابقة (تاريخية) عن الظاهرة أو المشكلة المراد التنبؤ بتطوراتها. وعادة ما يتم تطبيقها على قرارات متوسطة أو بعيدة المدى.

تُستخدم نماذج التنبؤ الكمي للتنبؤ بالبيانات المستقبلية كدالة للبيانات السابقة (التاريخية). وهي مناسبة للاستخدام عندما تتوفر البيانات الرقمية السابقة وعندما يكون من المعقول افتراض أن بعض الأنماط (patterns) في البيانات من المتوقع أن تستمر في المستقبل. عادة ما يتم تطبيق هذه الأساليب على القرارات قصيرة أو متوسطة المدى.

سنعرض في القسم الأول من هذه المحاضرة ماهية السلاسل الزمنية. أما القسم الثاني فقد خصص لحساب الاتجاه العام للسلسلة الزمنية من خلال استخدام طريقتي: المربعات الصغرى العادية، والمتوسطات المتحركة. يليه بعد ذلك القسم الثالث الذي درسنا فيه المكونة الموسمية. ليخصص القسم الرابع لدراسة المكونة العشوائية. في الأخير قمنا في القسم الخامس ببناء النموذج الرياضي المستخدم في عملية التنبؤ.

1. تعريف السلسلة الزمنية:

السلسلة الزمنية (chronique ou série temporelle) لظاهرة ما هي عبارة عن مجموعة من مشاهدات تلك الظاهرة مأخوذة خلال فترات زمنية متتابعة ومتساوية الأبعاد، إذ قد تكون الفترات الزمنية مقاسة بالسنة أو أجزائها أو أضعافها . وتهدف دراسة السلسلة الزمنية لظاهرة ما إلى تحديد كيفية تغير تلك الظاهرة عبر الزمن، وإلى تحديد دورات تلك التغيرات، ومعرفة أسبابها ونتائجها، وكذا التخمين المستقبلي لتطورها[1].

1.1. مراحل دراسة السلسلة الزمنية:

أ. **المرحلة الأولى**: **التمثيل البياني للسلسلة الزمنية**، ومن ثم ا ستنتاج النموذج الرياضي الملائم لوصفها (النموذج الجمعي أو النموذج الضربي)؛

يقول الأستاذ جوجراتي في كتابه: "أي شخص يحاول تحليل سلسلة زمنية من دون أن يمثلها بيانيا فهو يبحث عن المشاكل".

"Anyone who tries to analyse a time series without plotting it is asking for trouble".[2]

ب. **المرحلة الثانية**: **تحليل السلسلة الزمنية**، والذي يتم من خلال ثلاثة مكونات:

- **الاتجاه العام (Secular tendency):** والذي يعبر عن الحركة العامة للظاهرة على طول فترة الدراسة، ونرمز له بالرمز (T_t)؛
- **التغيرات الموسمية (Seasonal variations):** والتي تمثل التحركات الموسمية للظاهرة، ونرمز لها بالرمز (S_t)؛
- **التغيرات الدورية (Cyclical variations):** والتي تتوافق مع التغيرات الدورية (فترة أطول) وليس الموسمية، ونرمز لها بالرمز (C_t)؛
- **التغيرات العشوائية (Irregular variations):** والتي تتوافق مع التقلبات (الصدمات) المفاجئة التي تصيب الظاهرة، ونرمز لها بالرمز (I_t)؛

- ***ملاحظة: لما تكون السلسلة الزمنية قصيرة نقوم بدمج الاتجاه العام مع التغيرات الدورية في مكون واحد نسميه[3] (extraseasonal movement).***

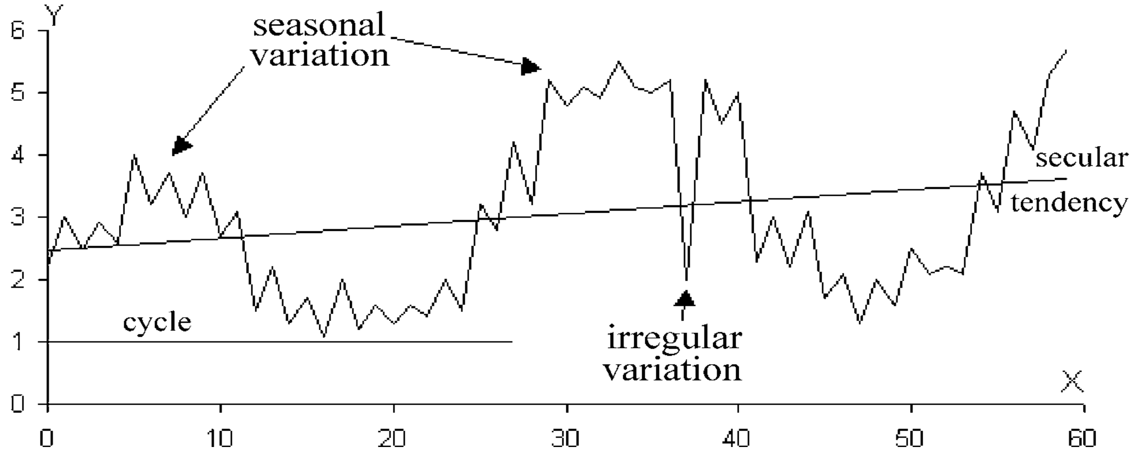
---

[1] راتول محمد، الإحصاء الوصفي، ط. 2، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص. 203.

[2] Gujarati. D, Econometrics by Example, 2nd Edit, Palgrave, USA, 2015, p. 115.

[3] Dodge. Y. (2008). *Op. cit*, p. 538.

الشكل 1.3: مكونات السلسلة الزمنية



Source : Dodge. Y. (2008). The concise encyclopedia of statistics, Springer, USA, p. 539.

تسمح لنا هذه المكونات الأربع بوضع النموذج الرياضي الملائم . في حالة النموذج الضربي يكون شكل المعادلة الرياضية كما يلي:

$$X_t = T_t . C_t . S_t . I_t$$

في حالة النموذج الجمعي يكون شكل المعادلة الرياضية كما يلي:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

ت. المرحلة الثالثة: القيام بعملية التنبؤ.

1.1.1. المرحلة الأولى (التمثيل البياني):

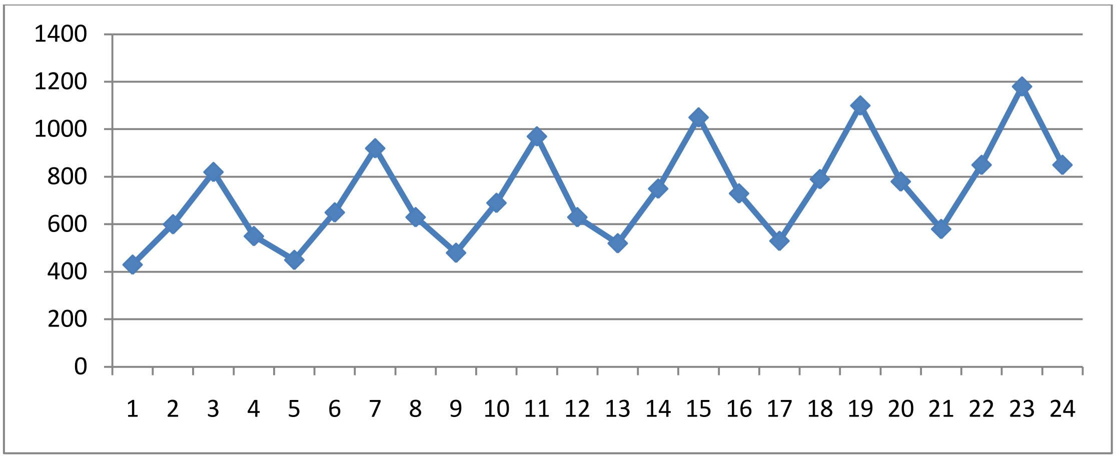
لابد أن تبدأ دراسة السلسلة الزمنية عن طريق تمثيلها بيانيا ، بحيث نقوم برسم المنحنى المكون من الثنائيات $(, X_t)$.

1.1.1.1. مثال تطبيقي رقم 01 (حول النموذج الضربي): يوضح الجدول الموالي عدد الزوار (بالآلاف) في أحد المتاحف الباريسية في كل ثلاثي خلال الفترة (2008-2013)[1]:

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Trimestre 1	430	450	480	520	530	580
Trimestre 2	600	650	690	750	790	850
Trimestre 3	820	920	970	1050	1100	1180
Trimestre 4	550	630	630	730	780	850

[1] Dreyfuss. P ; Stolfi-Donati. N. (2015). Probabilités et statistiques appliquées - Cours, exercices et travaux pratiques avec tableur, corrigés détaillés, Ellipses, Paris, p. 61.

➢ التمثيل البياني لعدد الزوار في المتحف الباريسي:



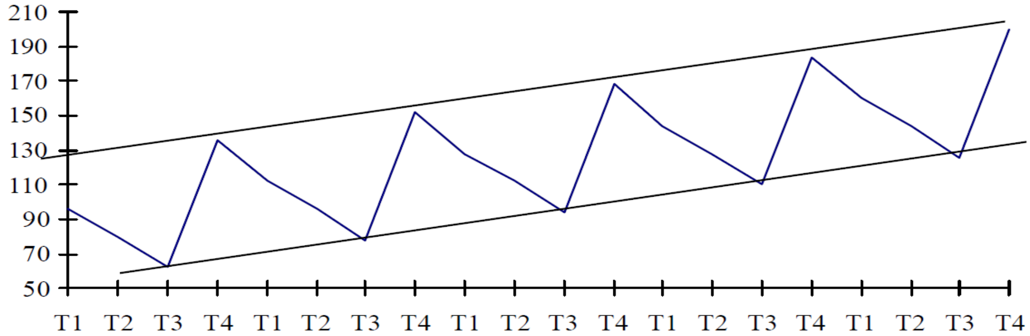
➢ التعليق على الرسم البياني:

- نلاحظ أن عدد الزوار في تزايد منتظم مع مرور الزمن. هذه الزيادة عبارة عن الاتجاه العام لتطور السلسلة؛
- نلاحظ كذلك المكونة الموسمية، إذ أنه من الواضح أن عدد الزوار يكون عند أعلى مستوياته خلال الثلاثي الثالث من كل سنة؛

2.1.1.1. طريقة إختيار النموذج الرياضي (الضربي أو الجمعي) الملائم لوصف الظاهرة:

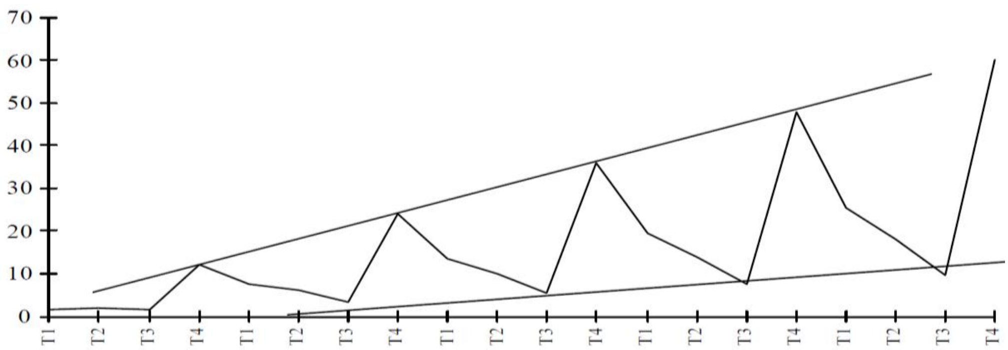
بالإمكان التعبير عن السلسلة الزمنية إما بالنموذج الجمعي أو النموذج الضربي . ولأجل اختيار النموذج الملائم سوف نستخدم طريقة الشريط (la procédure de la bande). تقوم هذه الطريقة من جهة على ربط القيم العليا (les maximas) في مشاهدات الظاهرة مع بعضها بواسطة خط مستقيم، ومن جهة أخرى ربط القيم الدنيا (les minimas) في مشاهدات الظاهرة مع بعضها بواسطة خط مستقيم . إذا كان هذان الخطان متوازيان تقريبا، فإن النموذج الجمعي (modèle additif) يكون هو الأنسب، أما خلاف ذلك فيكون النموذج الضربي (modèle multiplicatif) هو الملائم.

الشكل 2.3: مثال لنمط النموذج الجمعي



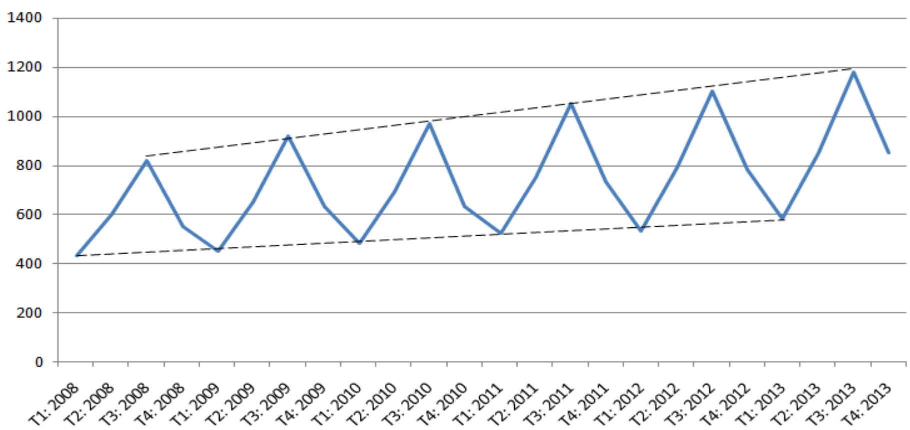
Source : Bourbonnais. R; Usunier. J-C. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris, p. 39.

الشكل 3.3: مثال لنمط النموذج الضربي



Source : Bourbonnais. R; Usunier. J-C. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris, p. 39.

➢ **استخدام طريقة الشريط على مثال زوار المتحف الباريسي**



يبدو أن الخطان غير متوازيين، لذلك يبدو أن النموذج الضربي هو الأنسب لتمثيل عدد الزوار في المتحف الباريسي.

2.1.1. المرحلة الثانية (تحليل السلسلة الزمنية):

1.2.1.1. الاتجاه العام:

تعريف:

هو عبارة عن مقدار الاندفاع في الزيادة (صعودي) أو الانخفاض (نزولي) في قيم ظاهرة ما على المدى الطويل . يمكن كذلك أن يكون الاتجاه العام جانبيا (مستقرا). قد يكون الاتجاه العام خطيا (linear) أو غير خطي (nonlinear)، وفي الحالة الأخيرة (غير خطي) يتوجب علينا اختيار نوع الدالة الملائمة (أسية، تربيعية، لوجستية، ...) لوصف المشاهدات بعد تمثيل هذه الأخيرة بيانيا. سنكتفي في محاضرتنا بعرض طريقتين خطيتين لتحديد الاتجاه العام، هما:

- طريقة المربعات الصغرى (La méthode des moindres carrés) وتسمى بالانجليزية (Oridinary Least Squares : OLS)؛
- طريقة المتوسطات المتحركة (La méthode des moyennes mobiles)؛

1.1.2.1.1. تحديد الاتجاه العام وفق طريقة المربعات الصغرى:

تقوم هذه الطريقة على مفهوم الانحدار الخطي (Linear regression)، إذ تعبر عن المتغير المستقل وهو الزمن بـ (t)، والمتغير التابع وهو قيم مشاهدات الظاهرة المدروسة بـ (X_t). تهدف هذه الطريقة إلى تقدير معادلة الاتجاه العام التي هي من الشكل:

$$X_t = a + b.t$$

$$(t = 1, 2, \dots, N)$$

حيث أن:

X_t : المتغير التابع (الظاهرة المدروسة) في الزمن t؛

t : المتغير المستقل وهو الزمن؛

(a, b) : معاملات (معلمات) النموذج المقدر، حيث أن (a) يعبر عن الثابت، و (b) يعبر عن الميل؛

N : عدد المشاهدات؛

يتم الحصول على قيم المعاملين (a, b) باستخدام المعادلات التالية:

$$b = \frac{\sum T.x_t}{\sum T^2}$$

$$T = t - \bar{t} \qquad et \quad x_t = X_t - \bar{X}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} \qquad et \quad \bar{X} = \frac{\sum X_t}{N}$$

$$a = \bar{X} - b.\bar{t}$$

- **تابع المثال التطبيقي رقم 01:**

استخدم بيانات المثال التطبيقي رقم (01) في إيجاد معادلة الاتجاه العام وفق طريقة المربعات الصغرى.

- **ملاحظات:**

  - إلتزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب؛
  - أكتب العلاقات (القوانين) المستخدمة في الحل؛

- **الحل:**

نقوم بتنظيم الإجابة في جدول على النحو التالي:

t	X_t	$T = t - \bar{t}$	$x_t = X_t - \bar{X}$	T^2	$T.x_t$
1	430	-11,5	-300,416	132,25	3454,784
2	600	-10,5	-130,416	110,25	1369,368
3	820	-9,5	89,584	90,25	-851,048
4	550	-8,5	-180,416	72,25	1533,536
5	450	-7,5	-280,416	56,25	2103,120
6	650	-6,5	-80,416	42,25	522,704
7	920	-5,5	189,584	30,25	-1042,712
8	630	-4,5	-100,416	20,25	451,872
9	480	-3,5	-250,416	12,25	876,456
10	690	-2,5	-40,416	6,25	101,040
11	970	-1,5	239,584	2,25	-359,376
12	630	-0,5	-100,416	0,25	50,208
13	520	0,5	-210,416	0,25	-105,208
14	750	1,5	19,584	2,25	29,376
15	1050	2,5	319,584	6,25	798,960
16	730	3,5	-0,416	12,25	-1,456
17	530	4,5	-200,416	20,25	-901,872
18	790	5,5	59,584	30,25	327,712
19	1100	6,5	369,584	42,25	2402,296
20	780	7,5	49,584	56,25	371,880
21	580	8,5	-150,416	72,25	-1278,536
22	850	9,5	119,584	90,25	1136,048
23	1180	10,5	449,584	110,25	4720,632
24	850	11,5	119,584	132,25	1375,216
$\sum = 300$	**17530**	**0**	**0**	**1150**	**17085**

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} = \frac{300}{24} = 12.5 \quad ; \quad \bar{X} = \frac{\sum X_t}{N} = \frac{17530}{24} = 730.416$$

- **حساب قيم الميل (b) والحد الثابت (a)**:

$$b = \frac{\sum T.x_t}{\sum T^2}$$

$$= \frac{17085}{1150} = 14.856$$

$$a = \bar{X} - b.\bar{t}$$

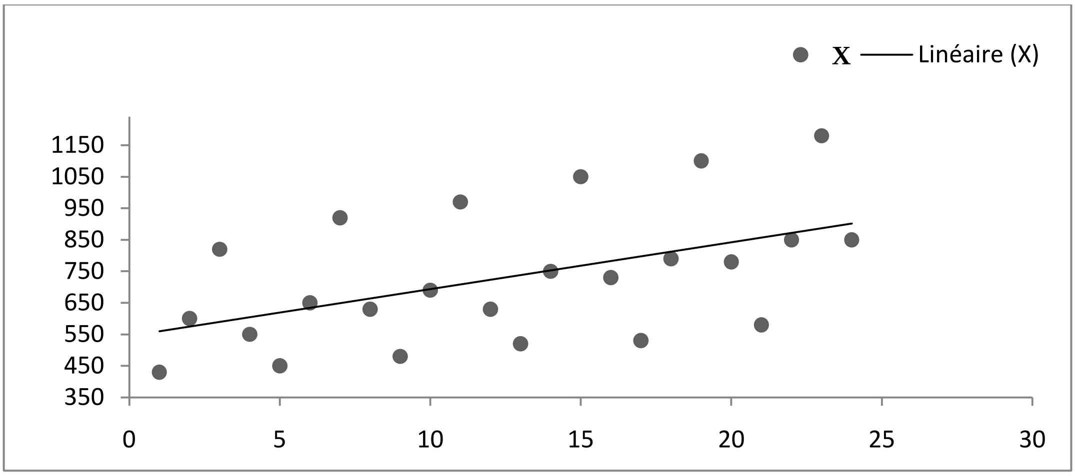
$$= 730.416 - (14.856 * 12.5) = 544.716$$

وعليه تكتب معادلة (OLS) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام):

$$X_t = 544.716 + 14.856 * t$$

يتضح من المعادلة السابقة أن العلاقة بين عدد الزوار والزمن موجبة (+)، وهذا من خلال إشارة الميل ($b > 0$).

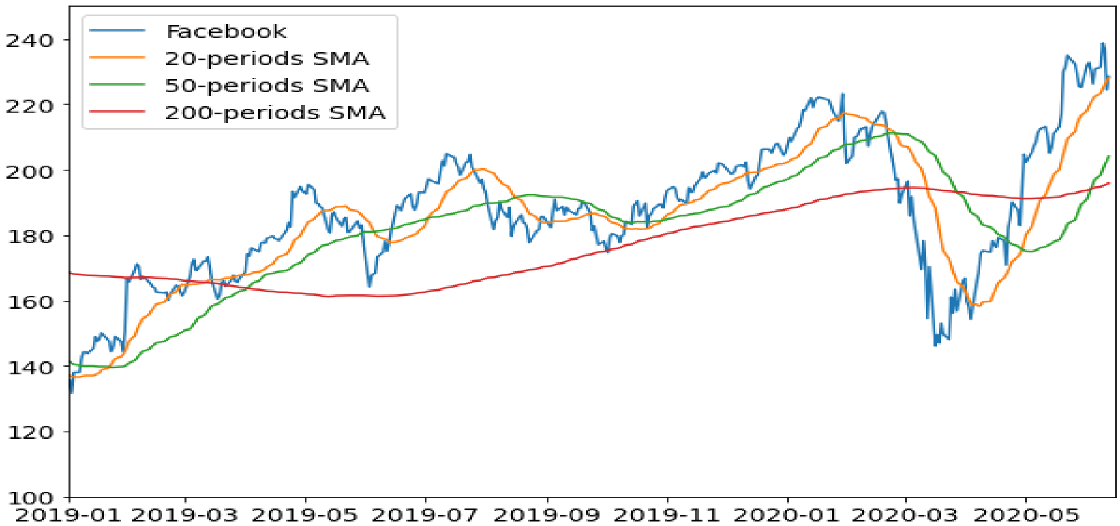
➢ التمثيل البياني لخط الاتجاه العام وفق طريقة المربعات الصغرى (**OLS**):



2.1.2.1.1. تحديد الاتجاه العام وفق طريقة المتوسطات المتحركة:

يسمح لنا البحث عن الاتجاه العام باستخدام المتوسطات المتحركة بإزالة التقلبات العابرة (تمهيد السلسلة) في السلسلة (أنظر الشكل: 4.3). هذه الطريقة كثيرة الاستخدام في التنبؤ باتجاه المبيعات، أسعار العملات، أسعار الأسهم، مؤشرات البورصة، وغيرها من المتغيرات الاقتصادية.

الشكل 4.3: سعر سهم شركة Facebook والمتوسطات المتحركة البسيطة (SMA)* على 20، 50 و 200 فترة



*SMA : Simple Moving Average

Source: Gianluca Matalo, An algorithm to find the best moving average for stock trading, Jun 23, 2020. On the link: https://towardsdatascience.com/an-algorithm-to-find-the-best-moving-average-for-stock-trading-1b024672299c

نلفت انتباه القارئ أن طريقة المتوسطات المتحركة هي من النوع البياني، إذ أنها لا تعبر عن الاتجاه العام في صورة معادلة كما هو الحال في طريقة (OLS)، ولكنها تعطينا قيما لسلسلة زمنية جديدة ممهدة تمكننا من رسم بيان يوضح لنا طبيعة الاتجاه العام للسلسلة الأصلية، بعد أن نكون قد تخلصنا من التقلبات التي تشوه الرؤية

لا يتم حساب المتوسط المتحرك بصورة مباشرة على كل مشاهدات السلسلة، ولكن يتم ذلك على مجموعة جزئية تتكون من عدد من القيم قدرها (p)، وبالتالي نكون بصدد الكلام عن متوسط متحرك من الدرجة (p)، ونرمز له بـ $(MM_{p,t})$ حيث أن (t) يعبر عن الزمن الذي تم حساب المتوسط المتحرك عنده.

يعبر العدد الصحيح (p) على دورية (périodicité) السلسلة الزمنية. إذا كانت السلسلة ممثلة في ثلاثيات، فإننا نعتبر (p = 4)، أما إذا كانت شهرية فإننا نعتبر (p = 12).

تعود لمصمم النموذج حرية اختيار قيمة (p)، إلا أنه يجب أن يأخذ في الحسبان أنه كلما زاد طول (p) فإن ذلك يعني فقدان مشاهدات أكثر، وهذا ليس بالأمر الجيد خاصة إذا كانت السلسلة الزمنية قصيرة

أ. **مثال عن حساب المتوسط المتحرك إذا كان (p) عددا فرديا:**

إذا كان (p) عددا فرديا، فإننا ننسب قيمة المتوسط المتحرك إلى التاريخ (t) الذي يقع في وسط تواريخ المشاهدات التي حسب على أساسها المتوسط المتحرك . لنفرض أننا اعتمدنا متوسطا متحركا طوله (p = 3)، فإن المتوسطات المتحركة تحسب كما يلي:

t	x_t	$MM_{p,t}$
1	102	———
2	104	$MM_{3,2} = \frac{102+104+106}{3} = 104$
3	106	$MM_{3,3} = \frac{104+106+108}{3} = 106$
4	108	$MM_{3,4} = \frac{106+108+110}{3} = 108$
5	110	———

****ملاحظة: نتوقف عن حساب المتوسطات المتحركة عند (t = 4) لأنه لم تعد تتوفر لدينا ثلاثة مشاهدات لمواصلة حساب المتوسطات الحسابية.***

الطريقة المباشرة لحساب المتوسط المتحرك إذا كان (p) عددا فرديا، أي: $(p = 2m + 1)$ تكون كما يلي:

$$MM_{p,t} = \frac{1}{2m+1}\sum_{i=-m}^{i=m} x_{t+i}$$

$$Où: m = \frac{p-1}{2}$$

تطبيق العلاقة أعلاه على المثال الذي بين أيدينا:

$$m = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$MM_{3,2}=\frac{1}{2(1)+1}(x_{2-1}+x_{2+0}+x_{2+1})$$

$$MM_{3,2}=\frac{1}{2(1)+1}(x_1+x_2+x_3)$$

$$MM_{3,2}=\frac{1}{3}(102+104+106)=104$$

$$MM_{3,3}=\frac{1}{3}(x_{3-1}+x_{3+0}+x_{3+1})$$

$$MM_{3,3}=\frac{1}{3}(104+106+108)=106$$

$$MM_{3,4}=\frac{1}{3}(106+108+110)=108$$

ب. مثال عن حساب المتوسط المتحرك إذا كان (p) عددا زوجيا:

إذا كان (p) عددا زوجيا، فإننا ننسب قيمة المتوسط المتحرك إلى السطر الذي يقع في وسط تواريخ المشاهدات التي حسب على أساسها المتوسط المتحرك. في حالة كون (p) عددا زوجيا نقوم بحساب متوسط متحرك من الدرجة الثانية $(MMC_{p,t})$ بين المتوسطات المتحركة الأولى ذات الدرجة (p). يطلق على هذا المتوسط المتحرك الجديد تسمية المتوسط المتحرك المركزي (Moyenne mobile centrée). ولتوضيح ذلك لنفرض أننا اعتمدنا متوسطا متحركا طوله (p = 4)، فإن المتوسطات المتحركة في هذه الحالة تحسب كما يلي:

t		$MM_{p,t}$	$MMC_{p,t}$
1	3	——	——
2	3	$\frac{3+3+4+5}{3}=3.75$	——
3	4	$\frac{3+4+5+5}{3}=4.25$	$MMC_{4,3}=\frac{3.75+4.25}{2}=4$
4	5	$\frac{4+5+5+6}{3}=5$	$MMC_{4,4}=\frac{3.75+4.25}{2}=4.625$
5	5	$\frac{5+5+6+7}{3}=5.75$	$MMC_{4,5}=\frac{5+5.75}{2}=5.375$
6	6	——	——
7	7	——	——

لاحظ أن $(MM_{p,t})$ ينسب للتاريخ الذي يقع في وسط المشاهدات التي حسب على أساسها المتوسط المتحرك. في هذه الحالة توضع قيمة $(MM_{p,t})$ على السطر بين تاريخين فوقها وتاريخين تحتها، لأن (p = 4). لو كان (p = 6) مثلا، توضع قيمة $(M_{p,})$ على السطر بين ثلاثة تواريخ فوقها وثلاثة تواريخ تحته ا، وهكذا كلما كان (p) عددا زوجيا.

الطريقة المباشرة لحساب المتوسط المتحرك (الذي يكون هو ذاته المتوسط المتحرك المركزي في هذه الحالة) إذا كان (p) عددا زوجيا، أي: $(p=2m)$ تكون كما يلي:

$$MMC_{p,t} = \frac{1}{2m}\left[\frac{1}{2}x_{t-m} + \sum_{i=-m+1}^{i=m-1} x_{t+i} + \frac{1}{2}x_{t+m}\right]$$

$$O\grave{u}: m = \frac{p}{2}$$

تطبيق العلاقة أعلاه على المثال الذي بين أيدينا:

$$m = \frac{4}{2} = 2$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{2(2)}\left[\frac{1}{2}x_{3-2} + \sum_{i=-2+1}^{i=2-1} x_{3+i} + \frac{1}{2}x_{3+2}\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{3+i} + \frac{1}{2}x_5\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + x_{3-1} + x_{3+0} + x_{3+1} + \frac{1}{2}x_5\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \frac{1}{2}x_5\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}3 + 3 + 4 + 5 + \frac{1}{2}5\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}[16]$$

$$MMC_{4,4} = \frac{1}{2(2)}\left[\frac{1}{2}x_{4-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{4+i} + \frac{1}{2}x_{4+2}\right]$$

$$MMC_{4,4} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_2 + x_{4-1} + x_{4+0} + x_{4+1} + \frac{1}{2}x_6\right]$$

$$MMC_{4,4} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \frac{1}{2}x_6\right]$$

$$MMC_{4,4} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}3 + 4 + 5 + 5 + \frac{1}{2}6\right]$$

$$MMC_{4,4} = \frac{1}{4}[18.5]$$

$$MMC_{4,4} = 4.625$$

$$MMC_{4,5} = \frac{1}{2(2)}\left[\frac{1}{2}x_{5-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{5+i} + \frac{1}{2}x_{5+2}\right]$$

$$MMC_{4,5} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_3 + x_{5-1} + x_{5+0} + x_{5+1} + \frac{1}{2}x_7\right]$$

$$MMC_{4,5} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{1}{2}x_7\right]$$

$$MMC_{4,5} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}4 + 5 + 5 + 6 + \frac{1}{2}7\right]$$

$$MMC_{4,5} = \frac{1}{4}[21.5]$$

$$MMC_{4,4} = 5.375$$

ت. حساب المتوسطات المتحركة باستخدام برمجية Excel:

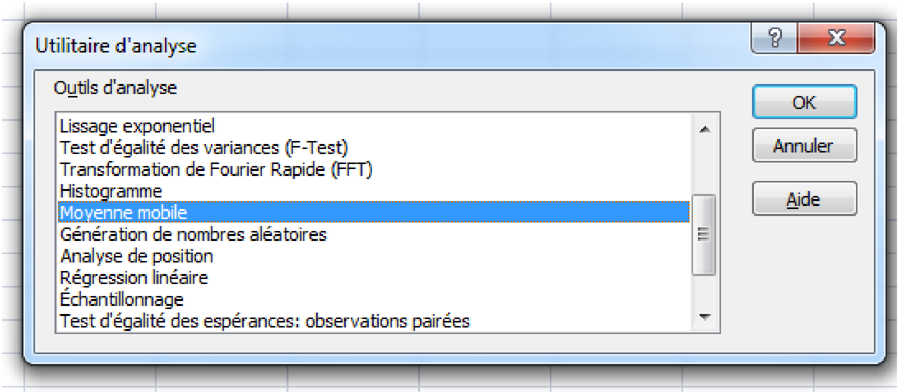
بداية لابد من تفعيل خاصية Analysisi ToolPak التي تسمح لنا بإجراء الاختبارات الإحصائية على برمجية Excel وهذا بإتباع الخطوات التالية:

- الضغط على Bouton Office؛
- اختيار Options Excel؛
- اختيار Compléments؛
- تفعيل اختيار Analysis ToolPak؛
- اختيار Atteindre في أسفل نافذة Options Excel؛
- تفعيل جميع خيارات نافذة Macros complémentaires؛
- اضغط على OK؛

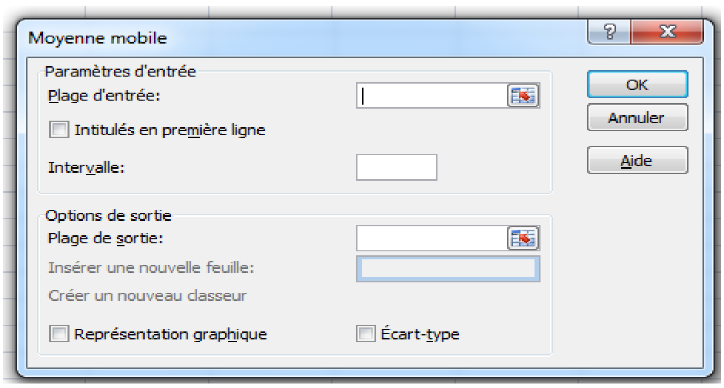
بعد تفعيل هذه الخاصية أصبح في إمكاننا حساب المتوسطات المتحركة بصورة آلية، وهذا على النحو التالي:

بعد إدخال البيانات على برمجية Excel، اتبع الخطوات التالية:

- الضغط على Données؛
- اختيار Utilitaire d’analyse؛
- اختيار Moyenne mobile من نافذة Utilitaire d’analyse؛
- اضغط على OK؛



تظهر لك النافذة التالية:



➢ قم بما يلي:

- تحديد عمود بيانات السلسلة الزمنية (x_t) كاملا بما في ذلك العنوان على مستوى خانة Plage d'entrée ؛
- تفعيل خيار Intitulé en première ligne؛
- تحديد قيمة (p) على مستوى نافذة Intervalle ؛
- تحديد العمود الذي تظهر فيه النتائج وهذا في نافذة Plage de sortie ؛
- اضغط على OK؛

✓ تظهر النتائج كما يلي:

الجدول 1.3: حساب المتوسطات المتحركة باستخدام برمجية Excel

	A	B	C
1	xt	MM	
2	3	#N/A	
3	3	#N/A	
4	4	#N/A	
5	5	3,75	
6	5	4,25	
7	6	5	
8	7	5,75	
9			

المصدر: مخرجات برمجية Excel

لأجل حساب (MMC) نقوم بنفس الخطوات السابقة ولكن باعتماد سلسلة (MM) على أنها السلسلة الزمنية الجديدة، ونعتبر $(p = 2)$ في هذه المرة.

- **تابع المثال التطبيقي رقم 01:**
- **المطلوب:**

- إعداد جدول يظهر المتوسطات المتحركة (MM) والمتوسطات المتحركة المركزية (MMC).
- حساب $(MMC_{4,3}\ et\ MMC_{4,18})$ باستخدام الطريقة المباشرة.
- قم بتمثيل السلسلة الزمنية (X_t) والمتوسطات المتحركة المركزية $(MMC_{p,t})$ في رسم بياني واحد، وعلق عليه.

- **ملاحظة:**

- إلتزم برقمين (02) بعد الفاصلة دون تقريب.
- أكتب كل العلاقات (القوانين) المستخدمة في الحل.

- الحـــــل:

➢ إعداد الجدول الذي يظهر المتوسطات المتحركة (MM) والمتوسطات المتحركة المركزية (MMC):

بما أن مشاهدات السلسلة عبارة ثلاثيات، فإننا نحسب متوسطا متحركا (MM) من الدرجة $(p = 4)$، وبما أن (p) عدد زوجي فهذا يعني ضرورة حساب المتوسطات المتحركة المركزية (MMC) كما يظهر في الجدول الموالي:

Année	**t**	x_t	**Moyenne mobile (MM)**	**Moyenne mobile centrée (MMC)**
2008	1	430	———	———
	2	600	600	———
	3	820	605	$MMC_{4,3} = 602.5$
	4	550	617,5	611.25
2009	5	450	642,5	630
	6	650	662,5	652.5
	7	920	670	666.25
	8	630	680	675
2010	9	480	692,5	686.25
	10	690	692,5	692.5
	11	970	702,5	697.5
	12	630	717,5	710
2011	13	520	737,5	727.5
	14	750	762,5	750
	15	1050	765	763.75
	16	730	775	770
2012	17	530	787,5	781.25
	18	790	800	793.75
	19	1100	812,5	806.25
	20	780	827,5	820
2013	21	580	847,5	837.5
	22	850	865	856.25
	23	1180	———	———
	24	850	———	———

➢ حساب $(MMC_{4,3}\ et\ MMC_{4,18})$ باستخدام الطريقة المباشرة:

$$MMC_{p,t} = \frac{1}{2m}\left[\frac{1}{2}x_{t-m} + \sum_{i=-m+1}^{i=m-1} x_{t+i} + \frac{1}{2}x_{t+m}\right]$$

$$Où: m = \frac{p}{2}$$

➢ حساب $(MMC_{4,3})$ باستخدام الطريقة المباشرة:

$$m = \frac{4}{2} = 2$$

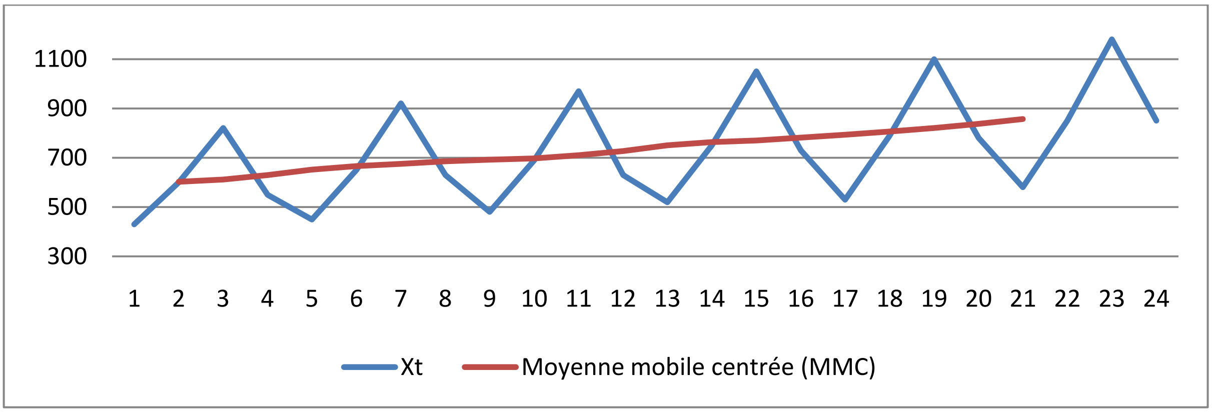
$$MMC_{4,3} = \frac{1}{2(2)}\left[\frac{1}{2}x_{3-2} + \sum_{i=-2+1}^{i=2-1} x_{3+i} + \frac{1}{2}x_{3+2}\right]$$

$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{3+i} + \frac{1}{2}x_{3+2}\right]$$
$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + x_{3-1} + x_{3+0} + x_{3+1} + \frac{1}{2}x_{3+2}\right]$$
$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \frac{1}{2}x_5\right]$$
$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}430 + 600 + 820 + 550 + \frac{1}{2}450\right]$$
$$MMC_{4,3} = \frac{1}{4}[2410]$$
$$MMC_{4,3} = 602.5$$

- حساب $(MMC_{4,18})$ باستخدام الطريقة المباشرة:

$$MMC_{4,18} = \frac{1}{2(2)}\left[\frac{1}{2}x_{18-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{18+i} + \frac{1}{2}x_{18+2}\right]$$
$$MMC_{4,18} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_{16} + \sum_{i=-1}^{i=1} x_{18+i} + \frac{1}{2}x_{20}\right]$$
$$MMC_{4,18} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + \frac{1}{2}x_{20}\right]$$
$$MMC_{4,18} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}730 + 530 + 790 + 1100 + \frac{1}{2}780\right]$$
$$MMC_{4,18} = \frac{1}{4}[3175]$$
$$MMC_{4,18} = 793.75$$

- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية (X_t) والمتوسطات المتحركة المركزية $(MMC_{p,t})$ والتعليق عليه:



- **التعليق**: يتضح من قيم المتوسطات المتحركة المركزية (MMC) أن الاتجاه العام للظاهرة متصاعد، وهذا يعني أن عدد الزوار للمتحف الباريسي في تزايد مستمر مع مرور الزمن.

2.2.1.1. تأثير الموسم (Influence saisonnière):

1.2.2.1.1. حساب المؤشرات الموسمية:

بعد أن قمنا في مرحلة أولى بحساب مكونة الاتجاه العام في مثال عدد الزوار للمتحف الباريسي، سنقوم الآن بحساب تأثير الموسم (المؤشرات الموسمية) لنفس بيانات هذا المثال. وللقيام بذلك، نتبع الخطوات التالية[1]:

➢ **الخطوة الأولى** : نقوم بحساب القيم المقدرة لمشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية، نسمي هذه القيم المقدرة بـ ($\acute{X}$). يتم حسابها بالتعويض بالقيمة الموافقة للزمن (t) في كل مرة في معادلة (OLS) التي قمنا بحسابها سابقا.

فمثلا تحسب القيمة المقدرة للسنة الأولى كما يلي:

$$\acute{X}_1 = 544.716 + 14.856(1) = 559.572$$

➢ **الخطوة الثانية**: نقوم بقسمة قيم مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية (X_t) في كل مرة على القيمة المقدرة $(\acute{X})$ المقابلة لها. فمثلا بالنسبة للسنة الأولى تحسب هذه النسبة $Ratio$ كما يلي:

$$Ratio = \frac{X_1}{\acute{X}_1} = \frac{430}{559.572} = 0.768$$

- ***ملاحظة: إذا كنا نطبق النموذج الجمعي في الحل فإننا بدل حساب النسبة*** $\left(\frac{X_t}{\acute{X}}\right)$ ***نقوم بحساب الفرق*** $\left(X_t - \acute{X}_t\right)$.

Année	*t*	X_t	$\acute{X}_t$	$X_t/\acute{X}_t$
2008: T1	1	430	559,572	0,768
T2	2	600	574,428	1,045
T3	3	820	589,284	1,392
T4	4	550	604,140	0,910
2009: T1	5	450	618,996	0,727
T2	6	650	633,852	1,025
T3	7	920	648,708	1,418
T4	8	630	663,564	0,949
2010: T1	9	480	678,420	0,708
T2	10	690	693,276	0,995
T3	11	970	708,132	1,370
T4	12	630	722,988	0,871
2011: T1	13	520	737,844	0,705
T2	14	750	752,700	0,996
T3	15	1050	767,556	1,368
T4	16	730	782,412	0,933
2012: T1	17	530	797,268	0,665

[1] لابد أن ينتبه القارئ إلى أننا في مثالنا هذا نطبق النموذج الضربي في الحل . وسنشير في كل مرة إلى كيفية معالجة البيانات في حال كنا نطبق النموذج الجمعي .

T2	18	790	812,124	0,973
T3	19	1100	826,980	1,330
T4	20	780	841,836	0,927
2013: T1	21	580	856,692	0,677
T2	22	850	871,548	0,975
T3	23	1180	886,404	1,331
T4	24	850	901,260	0,943

➢ **الخطوة الثالثة**: نقوم بحساب المؤشرات الموسمية لكل ثلاثي (trimestre) وذلك بحساب المتوسطات الحسابية للنسب $\left(\frac{X_t}{\hat{X}}\right)$ وهذا بالنسبة لكل ثلاثي، بحيث تنتج لدينا أربعة مؤشرات موسمية $(S_1, S_2, S_3\ et\ S_4)$ بعدد الثلاثيات في السنة[1]. فمثلا بالنسبة لمؤشر الثلاثي الأول فإنه يحسب كما يلي:

$$S_1 = \frac{0.768+0.727+0.708+0.705+0.665+0.677}{6}$$

$$S_1 = \frac{4.25}{6}$$

$$S_1 = 0.708$$

$$S_1 = 0.708 \times 100 = 70.8\%$$

- ***ملاحظة: عند إستخدام النموذج الضربي، نعبر عن المؤشرات الموسمية في صورة نسب مئوية (%). أما عندما نستخدم النموذج الجمعي فإن المؤشرات الموسمية تكون من نفس طبيعة وحدات السلسلة الزمنية محل الدراسة. مثلا لو كانت مشاهدات السلسلة الزمنية محل الدراسة عبارة عن المبيعات الشهرية من الحديد الصلب بالأطنان، ووجدنا: $(S_2 = -25)$ فهذا يعني أن الثلاثي الثاني يخفض المبيعات من الحديد الصلب بـ 25 طن.***

تظهر باقي النتائج كما يوضحه الجدول الموالي:

	S_i	$S_i\%$
S1	0,708	70.8
S2	1,002	100.2
S3	1,368	136.8
S4	0,922	92.2
Somme	4	
Moyenne	1	

[1] لاحظ أنه لو كانت البيانات شهرية فإنه سينتج لنا 12 مؤشرا موسميا بعدد شهور السنة.

2.2.2.1.1. تفسير قيم المؤشرات الموسمية:

- خلال الثلاثي الأول، انخفض عدد الزوار بنسبة 29.2%، أي:
(70.8% − 100% = -29.2%).
- خلال الثلاثي الثاني، بقي عدد الزوار ثابتا تقريبا، أي:
(100.2% − 100% = +0.2%).
- خلال الثلاثي الثالث، ارتفع عدد الزوار بنسبة 36.8%، أي:
(136.8% − 100% = +36.8%).
- خلال الثلاثي الرابع، انخفض عدد الزوار بنسبة 7.6%، أي:
(92.2% − 100% = -7.6%).

3.2.2.1.1. تصحيح المؤشرات الموسمية:

أ. حالة النموذج الضربي:

لابد أن يكون مجموع قيم المؤشرات الموسمية (قبل الضرب في 100) مساويا لعدد هذه المؤشرات الموسمية (يجب أن يكون متوسطها يساوي الواحد الصحيح). في حال كانت البيانات شهرية فإن مجموع المؤشرات الموسمية يجب أن يساوي 12، أما بالنسبةللبيانات الربع سنوية (ثلاثيات) فإن مجموع المؤشرات الموسمية يجب أن يساوي 4. هذا حتى نحترم مبدأ الحفاظ على المساحات (le principe de la conservation des aires). يعبر عن هذا الشرط بالمعادلة التالية:

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \mathrm{S_i} = p$$

حيث أن (p) يعبر عن دورية البيانات (périodicité des données) وهي (p = 12 en mensuel, p = 4 en trimestriel.

في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$S_i^* = \frac{S_i}{\bar{S}}$$

$$o\text{ù}: \bar{S} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \mathrm{S_i}}{p}$$

حيث أن (S_i^*) يعبر عن المؤشر الموسمي المصحح للفترة (i).

**** لاحظ أنه بعد التصحيح لابد أن يساوي مجموع قيم هذه المؤشرات الموسمية، عدد هذه الأخيرة . أي 12 أو 4 بحسب طبيعة بيانات السلسلة الزمنية.***

ب. حالة النموذج الجمعي:

لابد أن يكون مجموع قيم المؤشرات الموسمية معدوما (يساوي الصفر)، سواء كانت البيانات شهرية أو ربع سنوية (ثلاثيات). هذا حتى نحترم مبدأ الحفاظ على المساحات (le principe de la conservation des aires).

يعبر عن هذا الشرط بالمعادلة التالية:

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \mathrm{S_i} = 0$$

حيث أن (p) يعبر عن دورية البيانات (périodicité des données) وهي (p = 12 en mensuel, p = 4 en trimestriel.

في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$S_i^* = S_i - \bar{S}$$

$$o\grave{u}\text{: } \bar{S} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \mathrm{S_i}}{p}$$

حيث أن (S_i^*) يعبر عن المؤشر الموسمي المصحح للفترة (i).

**** لاحظ أنه بعد التصحيح لابد أن يكون مجموع قيم هذه المؤشرات الموسمية معدوما (يساوي الصفر).***

4.2.2.1.1. إزالة أثر الموسم:

تساهم التغيرات الموسمية في تشويش الصورة حول الاتجاه العام للظاهرة، لذلك وجبت إزالة هذه التغيرات حتى نتعرف على حقيقة تطور الظاهرة مستقبلا.

لأ جل ذلك، سوف نستخدم المؤشرات الموسمية لتخليص الظاهرة من أثر الموسم . وبالتالي نحصل على السلسلة المصححة من التغيرات الموسمية (La série corrigée des variations saisonnières : CVS) .

في حال استخدمنا النموذج الضربي، يمكننا إزالة أثر الموسم عن طريق قسمة كل مشاه دة من السلسلة الأصلية (X_i) على المؤشر الموسمي الموافق لها (S_i) كما يوضحه الجدول الموالي.

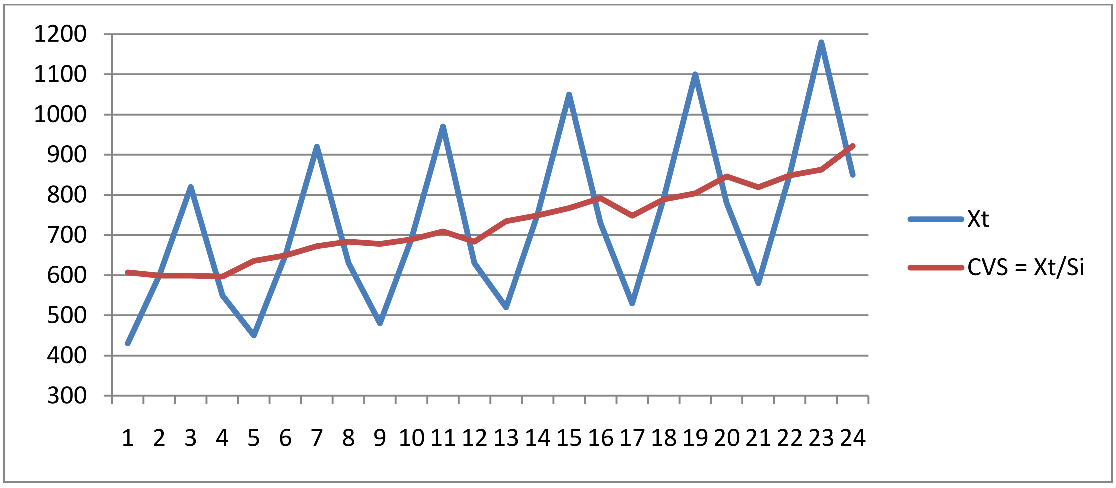
- ***ملاحظة: عند استخدام النموذج الجمعي، تتم إزالة أثر الموسم عبر طرح قيم المؤشر الموسمي $(\boldsymbol{S_i})$ في كل مرة من المشاهدة $(\boldsymbol{X_i})$ التي تتوافق معه، أي: $(\boldsymbol{X_t - S_i})$.***

Année	*t*	X_t	$CVS = X_t/S_i$
2008: T1	1	430	607,130
T2	2	600	599,030
T3	3	820	599,352
T4	4	550	596,328
2009: T1	5	450	635,368
T2	6	650	648,949
T3	7	920	672,444
T4	8	630	683,066

2010: T1	9	480	677,726
T2	10	690	688,885
T3	11	970	708,990
T4	12	630	683,066
2011: T1	13	520	734,203
T2	14	750	748,788
T3	15	1050	767,463
T4	16	730	791,490
2012: T1	17	530	748,323
T2	18	790	788,723
T3	19	1100	804,009
T4	20	780	845,701
2013: T1	21	580	818,919
T2	22	850	848,626
T3	23	1180	862,482
T4	24	850	921,597

- **التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية (Xt) والسلسلة (CVS):**

من الواضح أن السلسة الزمنية الجديدة (CVS) قد تخلصت تماما من أثر الموسم . وبالتالي يمكن إستعمالها في تقدير معادلة اتجاه عام جديدة خالية تماما من أثر الموسم، وهذا لنستخدمها لاحقا في عملية التنبؤ(المرحلة الأخيرة).



3.2.1.1. التغيرات العشوائية:

1.3.2.1.1. تعريف التغيرات العشوائية:

تشكل التغيرات غير المنتظمة أو التغيرات العشوائية أحد المكونات الأربعة للسلسلة الزمنية . وتتمثل في الحركات التي تظهر بشكل غير منتظم وعموما خلال فترات قصيرة. التغيرات العشوائية لا تتبع نموذجا معينا ولا يمكن التنبؤ بها.

في الممارسة العملية، يتم تصنيف جميع مكو نات السلسلة الزمنية التي لا يمكن إيعازها إلى تأثير التقلبات الدورية أو التغيرات الموسمية أو تلك الخاصة بالاتجاه العام، على أنها تغيرات عشوائية.

يمكن تصنيف التغيرات العشوائية ضمن فئتين:

- يعزى الصنف الأول وهو الأكثر شيوعا إلى مجموعة من الأسباب الصغيرة، نذكر منها بخاصة أخطاء القياس[1] (errors of measure) التي تحدث تغيرات طفيفة؛
- أما الصنف الثاني، فيعزى إلى أحداث عرضية معزولة ولكنها ذات حجم كبير مثل : الإضرابات، القرارات الإدارية، انتعاش مالي أو أزمة مالية، الكوارث الطبيعية وما إلى ذلك؛

2.3.2.1.1. حساب التغيرات العشوائية:

عندما يتم تحديد الاتجاه العام، التغيرات الموسمية والتقلبات الدورية، يصبح من الممكن حساب قيم التغيرات العشوائية باستخدام المعادلات التالية:

أ. حالة النموذج الضربي:

$$X_t = T_t . C_t . S_t . I_t$$

$$\Rightarrow I_t = \frac{X_t}{T_t . C_t . S_t}$$

لما كانت المكونة الدورية (C_t) في المدى القصير مندمجة مع مكونة الاتجاه العام $(\mathrm{T_t})$ فإن العلاقة أعلاه تصبح كما يلي:

$$I_t = \frac{X_t}{T_t . S_t}$$

ب. حالة النموذج الجمعي:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

$$\Rightarrow I_t = X_t - T_t - C_t - S_t$$

لما كانت المكونة الدورية (C_t) في المدى القصير مندمجة مع مكونة الاتجاه العام $(\mathrm{T_t})$ فإن العلاقة أعلاه تصبح كما يلي:

$$I_t = X_t - T_t - S_t$$

➢ **حساب التغيرات العشوائية بالنسبة لمثال زوار المتحف الباريسي:**

بما أن النموذج الضربي هو المطبق، فإننا نستخدم المعادلة التالية لتقدير التغيرات العشوائية

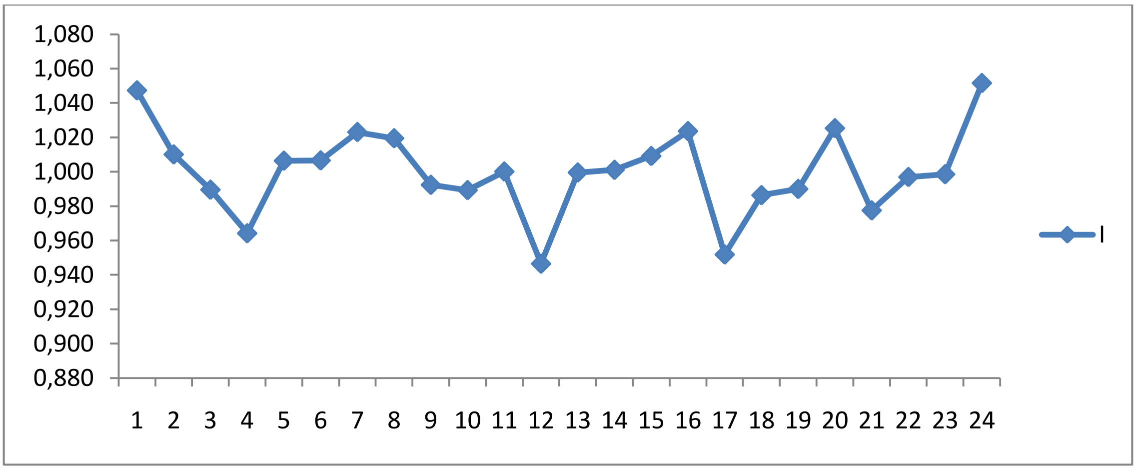
$$I_t = \frac{X_t}{T_t . S_t}$$

[1] قد تعزى أخطاء القياس إلى العنصر البشري، كأن يسجل المكلف بالإحصاء بيانات خاطئة، وبالتالي تظهر إختلافات بين القيم الفعلية والقيم المقاسة .

نقسم قيمة المشاهدة من السلسلة الأصلية (X_t) في كل مرة على الكمية التالية: قيمة الاتجاه العام (T_t) (التي نحصل عليها عبر التعويض بقيمة الزمن t في معادلة CVS) مضروبة بقيمة المكونة الموسمية (S_t) الملائمة في كل مرة، كما يوضحه الجدول الموالي:

t	X_t	T_t	S_t	I_t
1	430	579,952	0,708	1,047
2	600	592,857	1,002	1,010
3	820	605,762	1,368	0,990
4	550	618,667	0,922	0,964
5	450	631,572	0,708	1,006
6	650	644,477	1,002	1,007
7	920	657,382	1,368	1,023
8	630	670,287	0,922	1,019
9	480	683,192	0,708	0,992
10	690	696,097	1,002	0,989
11	970	709,002	1,368	1,000
12	630	721,907	0,922	0,947
13	520	734,812	0,708	1,000
14	750	747,717	1,002	1,001
15	1050	760,622	1,368	1,009
16	730	773,527	0,922	1,024
17	530	786,432	0,708	0,952
18	790	799,337	1,002	0,986
19	1100	812,242	1,368	0,990
20	780	825,147	0,922	1,025
21	580	838,052	0,708	0,978
22	850	850,957	1,002	0,997
23	1180	863,862	1,368	0,999
24	850	876,767	0,922	1,051

➢ **التمثيل البياني للتغيرات العشوائية:**



يتضح من الرسم البياني أن التغيرات العشوائية تتوزع بشكل عشوائي بصورة تجعل من غير الممكن التنبؤ بها، إلا أنها تبقى مجرد حركات ضعيفة ليس لها أثر كبير.

3.1.1. المرحلة الثالثة (التنبؤ):

1.3.1.1. تقدير معادلة الاتجاه العام (الجديدة) الخالية من أثر الموسم:

بعد إنشاء السلسلة الزمنية المصححة من التغيرات الموسمية (CVS) في المرحلة السابقة، سنقوم الآن بتقدير معادلة اتجاه عام جديدة خالية من أثر الموسم لأجل استخدامها في التنبؤ. نحصل على معادلة الاتجاه العام الجديدة بإجراء انحدار سلسلة (CVS) والتي نرمز لها بـ (Y_t) على الزمن (t)، باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS). تأخذ معادلة الاتجاه العام الشكل الآتي:

$$Y_t = \alpha + \beta . t$$

$$(t = 1, 2, \dots, N)$$

حيث أن:

Y_t : المتغير التابع (سلسلة CVS) في الزمن t؛

t : المتغير المستقل وهو الزمن؛

(α, β) : معاملات (معلمات) النموذج المقدر، حيث أن (α) يعبر عن الثابت، و (β) يعبر عن الميل؛

N : عدد المشاهدات؛

يتم الحصول على قيم المعاملين (α, β) باستخدام المعادلات التالية:

$$\beta = \frac{\sum T . y_t}{\sum T^2}$$

$$T = t - \bar{t} \qquad et \quad y_t = Y_t - \bar{Y}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} \qquad et \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_t}{N}$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta . \bar{t}$$

- نقوم بتنظيم الإجابة في جدول على النحو التالي:

t	Y_t	$T = t - \bar{t}$	$y_t = Y_t - \bar{Y}$	T^2	$T.y_t$
1	607,130	-11,5	-121,230	132,25	1394,148
2	599,030	-10,5	-129,330	110,25	1357,964
3	599,352	-9,5	-129,008	90,25	1225,575
4	596,328	-8,5	-132,032	72,25	1122,274
5	635,368	-7,5	-92,992	56,25	697,437
6	648,949	-6,5	-79,411	42,25	516,170
7	672,444	-5,5	-55,916	30,25	307,539
8	683,066	-4,5	-45,294	20,25	203,822
9	677,726	-3,5	-50,634	12,25	177,218
10	688,885	-2,5	-39,475	6,25	98,689

11	708,990	-1,5	-19,370	2,25	29,056
12	683,066	-0,5	-45,294	0,25	22,647
13	734,203	0,5	5,843	0,25	2,922
14	748,788	1,5	20,428	2,25	30,641
15	767,463	2,5	39,103	6,25	97,758
16	791,490	3,5	63,130	12,25	220,953
17	748,323	4,5	19,963	20,25	89,832
18	788,723	5,5	60,363	30,25	331,996
19	804,009	6,5	75,649	42,25	491,718
20	845,701	7,5	117,341	56,25	880,058
21	818,919	8,5	90,559	72,25	769,753
22	848,626	9,5	120,266	90,25	1142,527
23	862,482	10,5	134,122	110,25	1408,284
24	921,597	11,5	193,237	132,25	2222,230
$\sum = \mathbf{300}$	**17480,658**	**0**	**0**	**1150**	**14841,210**

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} = \frac{300}{24} = 12.5 \quad ; \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_t}{N} = \frac{17480.658}{24} = 728.360$$

➢ حساب قيم الميل (β) والحد الثابت (α):

$$\beta = \frac{\sum T.y_t}{\sum T^2}$$

$$= \frac{14841.210}{1150} = 12.905$$

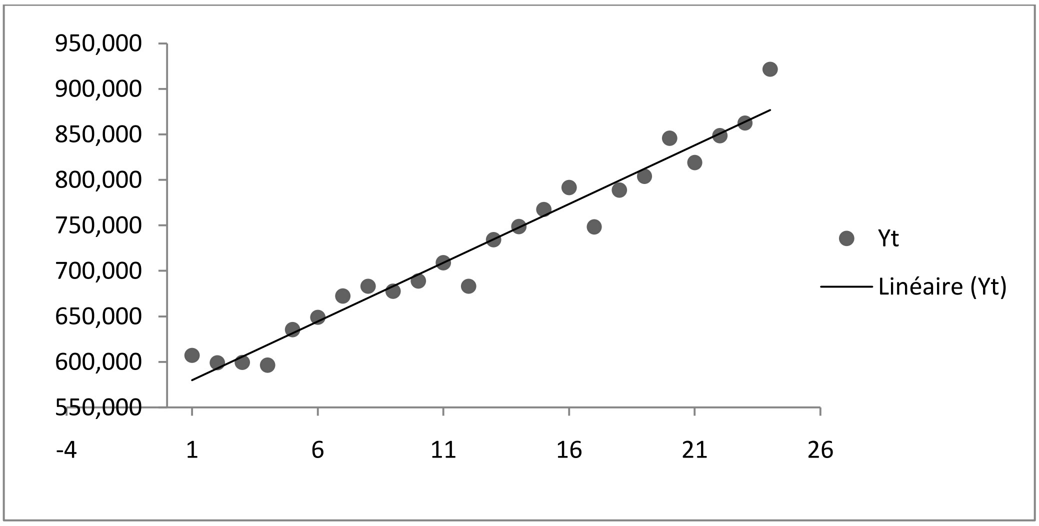
$$\alpha = \bar{Y} - \beta.\bar{t}$$

$$= 728.360 - (12.905 * 12.5) = 567.047$$

وعليه تكتب معادلة (OLS) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام الجديدة):

$$Y_t = 567.047 + 12.905 * t$$

➢ **الشمثيل البياني لخط الاتجاه العام الجديد وفق طريقة المربعات الصغرى(OLS):**



2.3.1.1. القيام بعملية التنبؤ:

تتم عملية التنبؤ وفق النموذج الضربي بالتعويض في المعادلة التالية

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

$$\text{où}: i = 1, 2, \dots, p$$

$$p = 4 \text{ } ou \text{ } 12$$

- ***ملاحظة:*** *في حال كنا نستخدم النموذج الجمعي فإن المعادلة التي تستخدم في التنبؤ تكون من الشكل الآتي:*

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) + S_i$$

للتنبؤ، نقوم بالتعويض في المعادلة (على حسب النموذج المستخدم : الضربي أو الجمعي) بقيم (t) و (S_i) الملائمة، هذا مع الإبقاء على قيم (α, β) ثابتة في كل مرة . فمثلا، لو أردنا التنبؤ بأعداد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثيات الأربع بالنسبة لسنة 2015، فإن ذلك يكون كما يلي:

نعلم أن:

$$t = 1, 2, \dots, k$$

$$t = \underbrace{1, 2, 3, 4}_{\text{سنة 2008}}, \dots, \underbrace{24, 25, 26, 27}_{\text{سنة 2014}}, \underbrace{28, 29, 30, 31, 32}_{\text{سنة 2015}}, \dots$$

كما نتذكر أن قيم المؤشرات الموسمية كانت:

$$(S_1 = 0.708 \;\; ; \;\; S_2 = 1.002 \;\; ; \;\; S_3 = 1.368 \;\; ; \;\; S_4 = 0.922)$$

- **التنبؤ بعدد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثي الأول من العام 2015:**

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

نقوم بالتعويض في المعادلة أعلاه باستخدام: $(t = 29 \;\; ; \;\; et \; S_1 = 0.708)$

$$\hat{X}_{T_1:2015} = (567.047 + 12.905 * 29) * 0.708$$

$$\hat{X}_{T_1:2015} = 666.434 \text{ ألف زائر}$$

- **التنبؤ بعدد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثي الثاني من العام 2015:**

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

نقوم بالتعويض في المعادلة أعلاه باستخدام: $(t = 30 \;\; ; \;\; et \; S_2 = 1.002)$

$$\hat{X}_{T_2:2015} = (567.047 + 12.905 * 30) * 1.002$$

$$\hat{X}_{T_2:2015} = 956.105 \text{ ألف زائر}$$

➢ **التنبؤ بعدد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثي الثالث من العام 2015:**

$$\widehat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

نقوم بالتعويض في المعادلة أعلاه باستخدام: $(t = 31 \ ; \ et \ S_3 = 1.368)$

$$\widehat{X}_{T_3:2015} = (567.047 + 12.905 * 31) * 1.368$$

$$\widehat{X}_{T_3:2015} = 1322.995$$ ألف زائر

➢ **التنبؤ بعدد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثي الرابع من العام 2015:**

$$\widehat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

نقوم بالتعويض في المعادلة أعلاه باستخدام: $(t = 32 \ ; \ et \ S_4 = 0.922)$

$$\widehat{X}_{T_4:2015} = (567.047 + 12.905 * 32) * 0.922$$

$$\widehat{X}_{T_4:2015} = 903.566$$ ألف زائر

2.1. مثال تطبيقي حول النموذج الجمعي (Le modèle additif) :

يوضح الجدول الموالي إستهلاك الكهرباء (kw/h) في شقة تقع في بناية حديثة الإنجاز[1]:

	2009	2010	2011	2012	2013
Trimestre 1	3480	3700	4012	4390	4620
Trimestre 2	3180	3450	3800	4050	4280
Trimestre 3	3400	3650	4120	4350	4530
Trimestre 4	2500	2690	3050	3300	3660

•**المطلوب:**

- قم بتمثيل السلسلة الزمنية بيانيا.
- تأكد باستخدام طريقة الشريط (Procédure de labande) من أن النموذج الجمعي هو الملائم لوصف الظاهرة محل الدراسة.
- أحسب معادلة الاتجاه العام باعتماد طريقة (OLS) .
- أحسب المؤشرات الموسمية.
- أحسب معادلة الاتجاه العام المصححة من التغيرات الموسمية باعتماد طريقة (OLS) .
- تنبأ بحجم استهلاك الكهرباء في هذه الشقة خلال سنة 2014 وهذا بالنسبة لكل الثلاثيات.

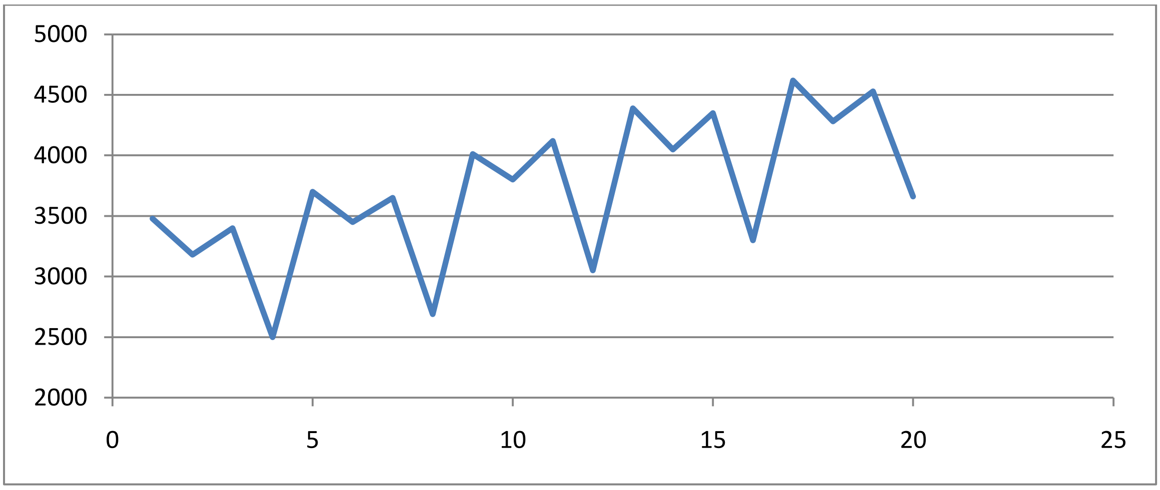
- **ملاحظات حول الحل:**

- اعتمد النموذج الجمعي (Le modèle additif) في الحل؛
- قم بكتابة كل العلاقات المعتمدة في الحل؛
- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.

1 Dreyfuss. P ; Stolfi-Donati. N, *Op. cit*, p. 74.

- الحل:

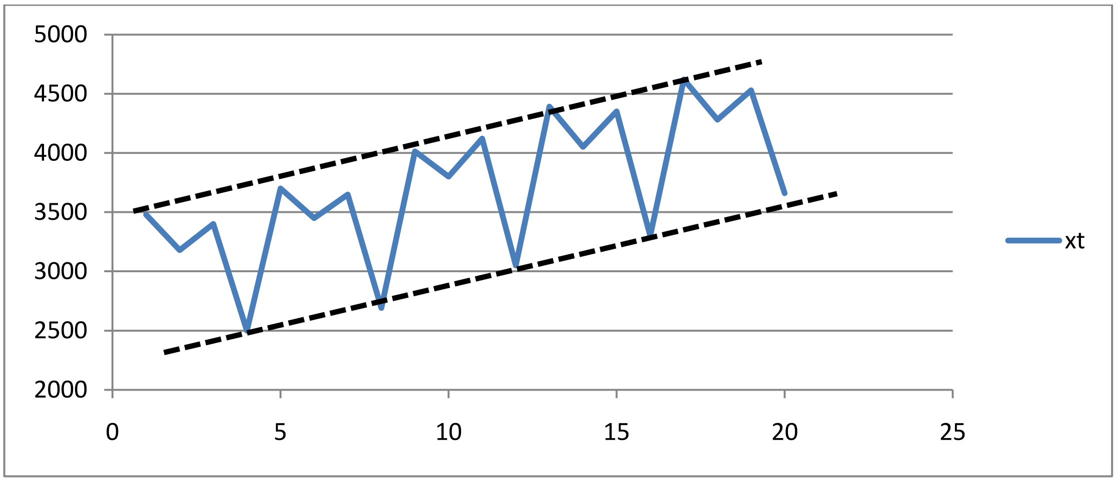
➢ التمثيل البياني للسلسلة الزمنية (**xt**):



- **التعليق على الرسم البياني:**

يتضح من الرسم وجود إتجاه عام (Trend) بالإضافة إلى وجود مكونة موسمية (composante saisonnière).

➢ **التحقق باستخدام طريقة الشريط (Procédure de la bande) من أن النموذج الجمعي (le modèle additif) هو الملائم لوصف الظاهرة (xt):**



- **التعليق على الرسم البياني:**

يتضح من الرسم أن **الخطان** (**المتقطعان باللون الأبيض**) **متوازيان تقريبا**، وعليه فإن النموذج الجمعي يكون هو الأنسب لتمثيل الظاهرة (xt).

➢ حساب معادلة الإتجاه العام للظاهرة (**xt**) قبل التصحيح باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (**OLS**):

t	X_t	$T = t - \bar{t}$	$x_t = X_t - \bar{X}$	T^2	$T * x_t$
1	3480	-9,5	-230,6	90,25	2190,700
2	3180	-8,5	-530,6	72,25	4510,100
3	3400	-7,5	-310,6	56,25	2329,500
4	2500	-6,5	-1210,6	42,25	7868,900
5	3700	-5,5	-10,6	30,25	58,300
6	3450	-4,5	-260,6	20,25	1172,700
7	3650	-3,5	-60,6	12,25	212,100
8	2690	-2,5	-1020,6	6,25	2551,500
9	4012	-1,5	301,4	2,25	-452,100
10	3800	-0,5	89,4	0,25	-44,700
11	4120	0,5	409,4	0,25	204,700
12	3050	1,5	-660,6	2,25	-990,900
13	4390	2,5	679,4	6,25	1698,500
14	4050	3,5	339,4	12,25	1187,900
15	4350	4,5	639,4	20,25	2877,300
16	3300	5,5	-410,6	30,25	-2258,300
17	4620	6,5	909,4	42,25	5911,100
18	4280	7,5	569,4	56,25	4270,500
19	4530	8,5	819,4	72,25	6964,900
20	3660	9,5	-50,6	90,25	-480,700
Sommes = 210	**74212**	**0**	**0**	**665**	**39782,000**

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = \frac{210}{20} = 10{,}5 \quad , \quad \bar{X} = \frac{\sum X_t}{n} = \frac{74212}{20} = 3710{,}6$$

- **حساب قيم الميل (b) والحد الثابت (a):**

$$b = \frac{\sum T * x_t}{\sum T^2} = \frac{39782}{665} = 59{,}822$$

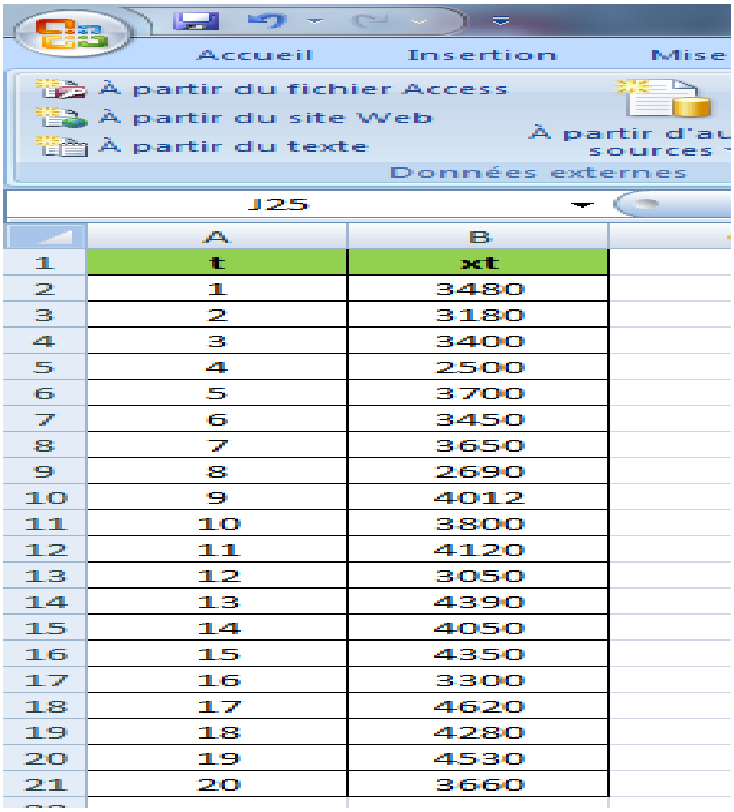
$$a = \bar{X} - b * \bar{t} = 3710{,}6 - (59{,}822 * 10{,}5) = 3082{,}469$$

- وعليه تكتب معادلة (OLS) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام):

$$X_t = 3082{,}469 + 59{,}822 * t$$

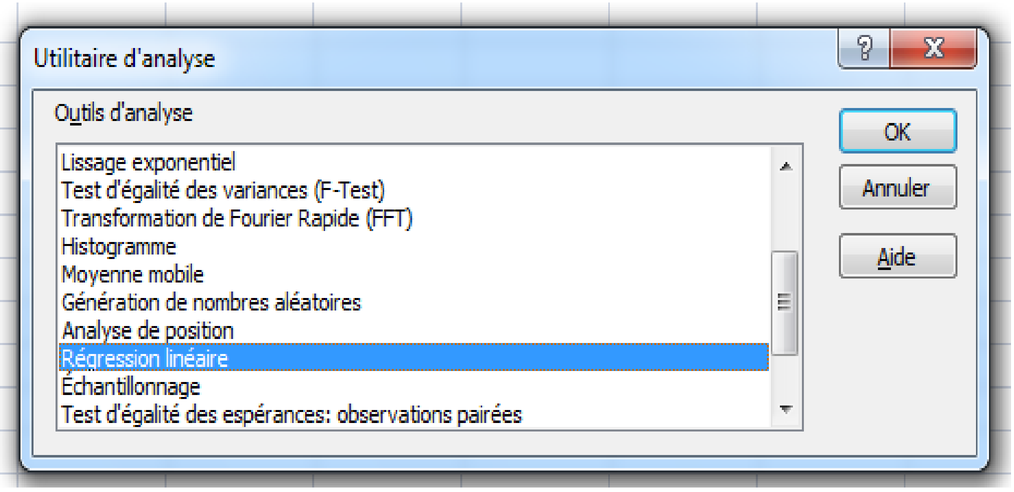
➢ **إيجاد معادلة (OLS) باستخدام برمجية Excel:**

– بداية نقوم بكتابة قيم المتغيرين (t , x_t) على ورقة البرمجية.

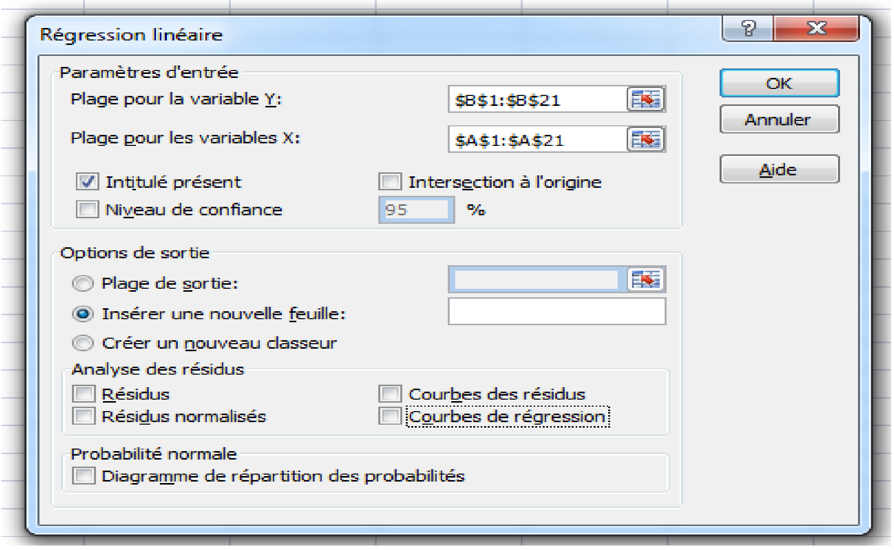


	A	B
1	t	xt
2	1	3480
3	2	3180
4	3	3400
5	4	2500
6	5	3700
7	6	3450
8	7	3650
9	8	2690
10	9	4012
11	10	3800
12	11	4120
13	12	3050
14	13	4390
15	14	4050
16	15	4350
17	16	3300
18	17	4620
19	18	4280
20	19	4530
21	20	3660

– نضغط على خيار Données ثم على خيار Utilitaire d'analyse فتظهر لنا النافذة الموالية.



– نختار من قائمة Outils d'analyse خيار Régression linéaire ثم نضغط على OK.



– نقوم بنسخ قيم مشاهدات المتغير X_t (مع العنوان) ثم لصقها داخل خانة Plage pour la variable Y.

– نقوم بنسخ قيم مشاهدات المتغير t (مع العنوان) ثم لصقها داخل خانة Plage pour la variable X.

– نؤكد على الخيار Intitulé présent ثم نضغط على Ok فتظهر نتائج الانحدار.

الجدول 2.3: حساب معادلة الاتجاه العام باستخدام برمجية Excel

16		Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	our seuil de	our seuil de confiance = 95,0%
17	Constante	3082,463158	227,373685	13,5568158	6,9162E-11	2604,76877	3560,15754	2604,76877	3560,15754
18	t	59,82255639	18,9807885	3,15174243	0,00551721	19,9453996	99,6997132	19,9453996	99,6997132

المصدر: مخرجات برمجية Excel

- **ملاحظة**: يمكننا استخراج قيم معاملات الانحدار من العمود الأول المعنون بـ Coefficients من الجدول أعلاه.

➢ **حساب المؤشرات الموسمية:**

- **في مرحلة أولى، نقوم بحساب القيم المتوقعة $(\hat{X}_t)$ كما يوضحه الجدول الموالي:**

t	Dates	X_t	$\hat{X}_t$
1	**Année 2009: T1**	3480	3142,291
2	**T2**	3180	3202,113
3	**T3**	3400	3261,935
4	**T4**	2500	3321,757
5	**Année 2010: T1**	3700	3381,579
6	**T2**	3450	3441,401
7	**T3**	3650	3501,223
8	**T4**	2690	3561,045
9	**Année 2011: T1**	4012	3620,867

10	**T2**	3800	3680,689
11	**T3**	4120	3740,511
12	**T4**	3050	3800,333
13	**Année 2012: T1**	4390	3860,155
14	**T2**	4050	3919,977
15	**T3**	4350	3979,799
16	**T4**	3300	4039,621
17	**Année 2013: T1**	4620	4099,443
18	**T2**	4280	4159,265
19	**T3**	4530	4219,087
20	**T4**	3660	4278,909

- **شرح طريقة الحساب:**

هذا شرح لكيفية حساب قيم $(\grave{X}_t)$ بالنسبة للثلاثيين الأول والثاني من سنة 2009:

$$\grave{X}_1 = 3082{,}469 + 59{,}822 * (1) = 3142{,}291$$
$$\grave{X}_2 = 3082{,}469 + 59{,}822 * (2) = 3202{,}13$$

وهكذا تستمر عملية الحساب بالتعويض بقيم (t) في كل مرة في معادلة (OLS) من (t=1) إلى غاية (t=20).

- **في مرحلة ثانية نقوم بحساب الفروقات الموسمية $(X_t - \grave{X}_t)$ كما يوضحه الجدول الموالي:**

t	***Dates***	X_t	$\grave{X}_t$	$X_t - \grave{X}_t$
1	**Année 2009: T1**	3480	3142,291	337,709
2	**T2**	3180	3202,113	-22,113
3	**T3**	3400	3261,935	138,065
4	**T4**	2500	3321,757	-821,757
5	**Année 2010: T1**	3700	3381,579	318,421
6	**T2**	3450	3441,401	8,599
7	**T3**	3650	3501,223	148,777
8	**T4**	2690	3561,045	-871,045
9	**Année 2011: T1**	4012	3620,867	391,133
10	**T2**	3800	3680,689	119,311
11	**T3**	4120	3740,511	379,489
12	**T4**	3050	3800,333	-750,333
13	**Année 2012: T1**	4390	3860,155	529,845
14	**T2**	4050	3919,977	130,023
15	**T3**	4350	3979,799	370,201
16	**T4**	3300	4039,621	-739,621
17	**Année 2013: T1**	4620	4099,443	520,557
18	**T2**	4280	4159,265	120,735
19	**T3**	4530	4219,087	310,913
20	**T4**	3660	4278,909	-618,909

- **نقوم في مرحلة أخيرة بحساب المؤشرات الموسمية:**

$$S_1 = \frac{337{,}709+318{,}421+391{,}133+529{,}845+520{,}557}{5} = \frac{2097{,}665}{5} = 419{,}533 \text{ وحدة}$$

لاحظ أننا قمنا بحساب المتوسط الحسابي لكل الثلاثيات الأولى (T1) الخاصة بجميع السنوات، وذلك بجمع قيم $\left(\boldsymbol{X_t} - \grave{}\ \boldsymbol{_t}\right)$ الخاصة بالثلاثي الأول (T1) لكل سنة، ثم القسمة على عدد السنوات وهو خمسة (5) في مثالنا هذا.

بنفس الطريقة نواصل عملية الحساب مع الثلاثيات المتبقية على النحو التالي:

$$S_2 = \frac{-22{,}113+8{,}599+119{,}311+130{,}023+120{,}735}{5} = \frac{356{,}555}{5} = 71{,}311 \text{ وحدة}$$

$$S_3 = \frac{138{,}065+148{,}777+379{,}489+370{,}201+310{,}913}{5} = \frac{1347{,}445}{5} = 269{,}489 \text{ وحدة}$$

$$S_4 = \frac{-821{,}757+(-871{,}045)+(-750{,}333)+(-739{,}621)+(-618{,}909)}{5} = \frac{-3801{,}665}{5} = -760{,}333 \text{ وحدة}$$

لاحظ أن المؤشرات الموسمية (Si) هنا عبارة عن كميات (des quantités) وليست نسبا مئوية (%) كما هو الحال عند اعتماد للنموذج الضربي.

- **نتحقق الآن من أن المؤشرات الموسمية لا تحتاج إلى تصحيح:**

حتى يتحقق ذلك لابد من أن يكون المتوسط الحسابي للمؤشرات الموسمية معدوما، أي: $(\bar{S} = 0)$.

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

حيث أن (p) يعبر عن دورية البيانات (périodicité des données) وهي (p = 12 en mensuel, p = 4 en trimestriel).

$$\bar{S} = \frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{4} = \frac{419{,}533+71{,}311+269{,}489-760{,}333}{4} = 0$$

بما أن الشرط $(\bar{S} = 0)$ فهذا يعني أن المؤشرات الموسمية لا تحتاج إلى تصحيح . أما في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$S_i^* = S_i - \bar{S}$$

➢ **حساب معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية المصححة من التغيرات الموسمية، وذلك باستخدام طريقة (OLS):**

- نقوم في مرحلة أولى بتخليص السلسلة الزمنية الأصلية من الفروقات الموسمية (حساب CVS) كما يوضحه الجدول الموالي:

Xt	Si	$X_t - S_i = CVS$
3480	419,533	3060,467
3180	71,311	3108,689
3400	269,489	3130,511
2500	-760,333	3260,333
3700	419,533	3280,467
3450	71,311	3378,689
3650	269,489	3380,511
2690	-760,333	3450,333
4012	419,533	3592,467
3800	71,311	3728,689
4120	269,489	3850,511
3050	-760,333	3810,333
4390	419,533	3970,467
4050	71,311	3978,689
4350	269,489	4080,511
3300	-760,333	4060,333
4620	419,533	4200,467
4280	71,311	4208,689
4530	269,489	4260,511
3660	-760,333	4420,333

- نقوم في مرحلة ثانية بحساب معادلة (OLS) الجديدة كما يوضحه الجدول الموالي:

t	Y_t	$T = t - \bar{t}$	$y_t = Y_t - \bar{Y}$	T^2	$T * y_t$
1	3060,467	-9,5	-650,133	90,25	6176,263
2	3108,689	-8,5	-601,911	72,25	5116,244
3	3130,511	-7,5	-580,089	56,25	4350,668
4	3260,333	-6,5	-450,267	42,25	2926,736
5	3280,467	-5,5	-430,133	30,25	2365,732
6	3378,689	-4,5	-331,911	20,25	1493,600
7	3380,511	-3,5	-330,089	12,25	1155,312
8	3450,333	-2,5	-260,267	6,25	650,667
9	3592,467	-1,5	-118,133	2,25	177,199
10	3728,689	-0,5	18,089	0,25	-9,045
11	3850,511	0,5	139,911	0,25	69,956
12	3810,333	1,5	99,733	2,25	149,600
13	3970,467	2,5	259,867	6,25	649,668
14	3978,689	3,5	268,089	12,25	938,312

15	4080,511	4,5	369,911	20,25	1664,600
16	4060,333	5,5	349,733	30,25	1923,532
17	4200,467	6,5	489,867	42,25	3184,136
18	4208,689	7,5	498,089	56,25	3735,668
19	4260,511	8,5	549,911	72,25	4674,244
20	4420,333	9,5	709,733	90,25	6742,464
Sommes =210	**74212**	**0**	**0**	**665**	**48135,550**

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = \frac{210}{20} = 10{,}5 \quad , \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_t}{n} = \frac{74212}{20} = 3710{,}6$$

- حساب قيم الميل (b) والحد الثابت (a):

$$\beta = \frac{\sum T * y_t}{\sum T^2} = \frac{48135{,}550}{665} = 72{,}384$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta * \bar{t} = 3710{,}6 - (72{,}384 * 10{,}5) = 2950{,}568$$

- وعليه تكتب معادلة (OLS) الجديدة (المصححة من تأثير الموسم) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام):

$$y_t = 2950{,}568 + 72{,}384 * t$$

2. التنبؤ بحجم استهلاك الكهرباء في هذه الشقة خلال سنة 2014 وذلك بالنسبة لكل ثلاثي:

لغرض التنبؤ نستخدم المعادلة الآتية:

$$\widehat{\mathrm{X}}_{\mathrm{t}} = [\alpha + \beta * (t)] + S_i$$

الثوابت في هذه المعادلة هي $(\alpha \; et \; \beta)$ أما المتغيرات فهي $(t \; et \; S_i)$.

- **التنبؤ بالاستهلاك في الثلاثي الأول من سنة 2014:**

$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T1}} = [2950{,}568 + 72{,}384 * (21)] + 419{,}533$$

$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T1}} = 4890{,}165 \; kw/h$$

- **التنبؤ بالاستهلاك في الثلاثي الثاني من سنة 2014:**

$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T2}} = [2950{,}568 + 72{,}384 * (22)] + 71{,}311$$

$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T2}} = 4614{,}327 \; kw/h$$

- **التنبؤ بالاستهلاك في الثالث الأول من سنة 2014:**

$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T3}} = [2950{,}568 + 72{,}384 * (23)] + 269{,}489$$

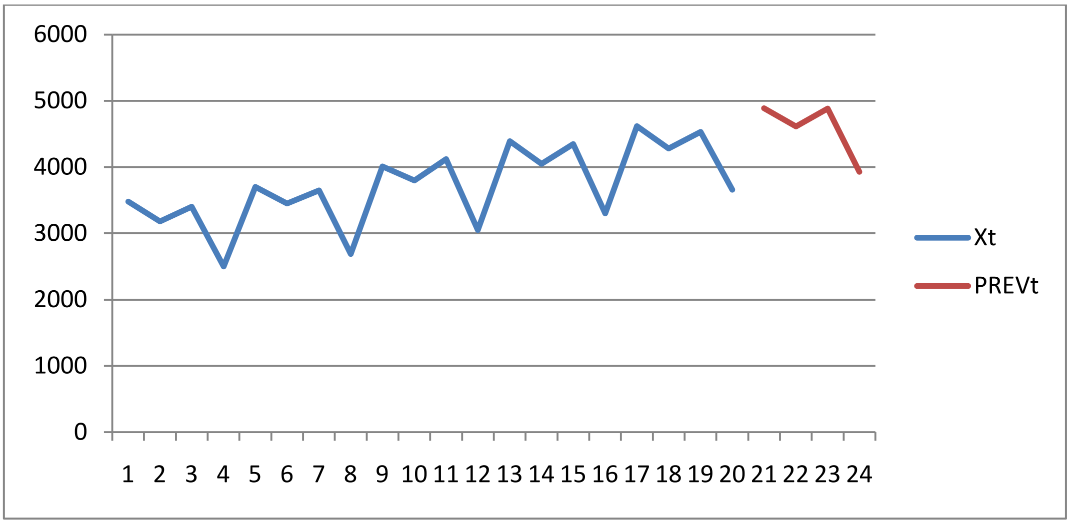
$$\widehat{\mathrm{X}}_{2014:\mathrm{T3}} = 4884{,}889 \; kw/h$$

➢ التنبؤ بالاستهلاك في الثلاثي الرابع من سنة **2014**:

$$\hat{X}_{2014:T4} = [2950{,}568 + 72{,}384 * (24)] + (-760{,}333)$$

$$\hat{X}_{2014:T4} = 3927{,}451\ kw/h$$

➢ التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية (**Xt**) والقيم المتنبأ بها (**PREVt**):



المحاضرة الرابعة: الطرق الاسقاطية (Méthodes extrapolatives)

تمهيد:

تم تقديم طرق التمليس (التمهيد) الأسي لأول مرة من طرف (تشارلز هولت) Charles Holt في عام 1957، ثم تطوت هذه الطرق لاحقا بفضل أعمال (روبرت براون) Robert Brown في عام 1962. يجمع التمليس تلك التقنيات التي تعطي أهمية كبيرة للقيم الحديثة في السلسلة الزمنية، وأهمية أقل للقيم التاريخية(البعيدة في الماضي).

سنتعرض في القسم الأول من هذه المحاضرة إلى نموذج التمليس الأسي البسيط؛ ثم في القسم الثاني إلى نموذج التمليس الأسي المزدوج. أما القسم الثالث فقد خصص لعرض نموذج هولت، يليه القسم الرابع الذي عرضنا فيه نموذج هولت–وينترز. ليخصص القسم الخامس والأخير لكيفية اختيار معامل التمليس الأمثل.

1. خصائص طرق التمليس:

1.1. المبادئ الأساسية:

أ. المبدأ الأول: التناقص المتزايد في قيمة المعلومات مع الرجوع في الزمن نحو الماضي (la dévalorisation croissante de l'information avec l'âge): تعتمد طريقة التمليس الأسي على الفكرة الأولية القائلة بأن المعلومات المحتواة في السلسلة الزمنية تكون أكثر أهمية كلما كانت حديثة . للقيام بعملية التنبؤ، نقوم بإعطاء وزن أقل للمعلومات التي تأتي من فترات بعيدة في الماضي (قديمة).

ب.المبدأ الثاني : تركيب المعلومات (la synthétisation des informations): من الصعب التعامل مع التاريخ الكامل للسلسلة الزمنية . تسمح تقنية التمليس الأسي بتكثيف (condenser) هذا التاريخ في عدد قليل من المعلمات (paramètres). لذلك، للتنبؤ باستخدام هذه التقنية، ليس من الضروري الاحتفاظ في الذاكرة سوى ببعض القيم.

- سوف نوضح هذين المبدأين كما سيأتي[1]:

2.1. صياغة العلاقات الضرورية في التحليل:

لنفترض أن (x_t) يمثل المبيعات من منتج ما عند التاريخ (t). يمكن اعتبار المبيعات (x_t) كنتيجة لتشكيلة خطية غير منتهية من قيمها السابقة، بحيث يتناقص وزن (أو تأثير) الماضي على الحاضر مع الأقدمية (أفضلية الحاضر على الماضي).

لنعتبر ما يلي:

x_t : قيمة مشاهدة السلسلة الزمنية (المبيعات) x في الزمن t، (شهر معين على سبيل المثال).

S_t : القيمة المملسة من السلسلة الزمنية.

$\hat{x}_t$: التنبؤ بالسلسلة الزمنية (x_t) في الزمن $t+1$ محسوبة خلال الزمن t ، أي أن x_t يجب مقارنتها مع $\hat{x}_{t-1}$

α: معامل التمليس، حيث أن $\alpha \in [0\,;1]$

يعطينا المبدأ الأساسي للتمهيد الأسي، المعادلة الموالية للتنبؤ بـ $\hat{x}_t$:

$$\hat{x}_t = S_t = \hat{x}_{t-1} + \alpha(x_t - \hat{x}_{t-1})$$

يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

في هذه الصيغة الأخيرة، يظهر التمليس كوسط مرجح لآخر قيمة محققة x_t ، وآخر قيمة مملسة $\hat{x}_{t-1}$.

لأجل رصد تأثير قيمة المعامل α ، نعوض في المعادلة الأخيرة كما يلي:

[1] Bourbonnais. R; Usunier. J-C, *Op.cit*, pp. 58-60.

- $\alpha = 0$ إذن: $\hat{x} = \hat{x}_{t-1}$ ، هذا يعني أن المشاهدات الحديثة لا يتم أخذها بعين الاعتبار في حساب التنبؤات، هنا نقول أن التنبؤات تبقى ثابتة.
- $\alpha = 1$ إذن: $\hat{x}_t = x_t$ ، هذا يعني أن النموذج يتبع المعلومات الحديثة، أي أن القيمة المملسة الحديثة دائما تساوي آخر قيمة محققة. هنا نقول أن التمليس شديد التفاعل (hyper-réactif).

يمكن تطوير العلاقة (2) بالعودة بالزمن إلى الوراء $(t-1, t-2, \dots, t-n, \dots, 0)$ بحيث تظهر أن القيمة الجديدة المملسة $\hat{x}_t$ عبارة عن تشكيلة خطية من كل المشاهدات الماضية، يتم ضرب هذه المشاهدات في وزن (ترجيح) يتناقص مع الرجوع بالزمن إلى الماضي.

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + \alpha(1-\alpha)x_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 x_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 x_{t-3} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{n-1} x_{t-n-1} + (1-\alpha)^n x_0$$

- نظرًا لأن معامل التمليس (α) a يقع بين 0 و 1 ، فإن الوزن المعطى للقيم يتناقص هندسيًا، كما هو موضح في الجدول رقم 01 والرسم البياني رقم 01.
- تحتوي القيمة المملسة الأخيرة $(\hat{x}_t)$ بصفة مركبة على كامل المعلومات التاريخية.

الجدول 1.4: تراجع قيمة المعلومة كلما توجهنا نحو الماضي

مقارنة بين الوسط الكلاسيكي* وثلاثة قيم للمعامل α

Temps	Moyenne classique	Poids	Pondération géométriquement décroissante pour $\alpha = 0,30$
0	0,1	α	0,30
–1	0,1	$\alpha(1-\alpha)$	0,21
–2	0,1	$\alpha(1-\alpha)^2$	0,15
–3	0,1	$\alpha(1-\alpha)^3$	0,10
–4	0,1	$\alpha(1-\alpha)^4$	0,07
–5	0,1	$\alpha(1-\alpha)^5$	0,05
–6	0,1	$\alpha(1-\alpha)^6$	0,04
–7	0,1	$\alpha(1-\alpha)^7$	0,02
–8	0,1	$\alpha(1-\alpha)^8$	0,02
–9	0,1	$\alpha(1-\alpha)^9$	0,01
–10	0,1	$\alpha(1-\alpha)^{10}$	0,01

*Moyenne classique $= \frac{1}{10} = 0.1$

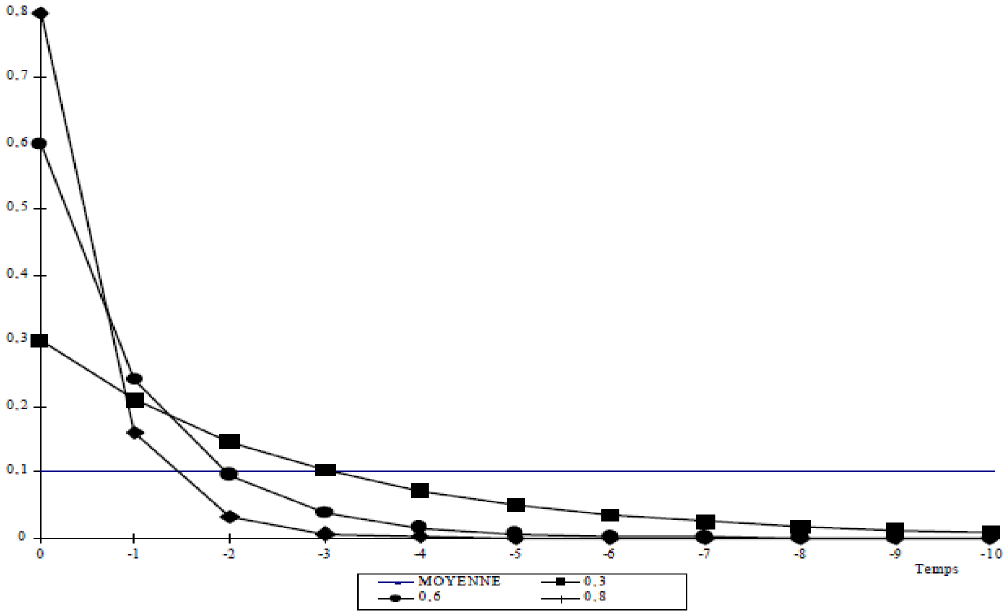
Source: Bourbonnais. R; Usunier. J-C. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris, p. 59.

➢ **شرح الجدول أعلاه:**

باعتبار أن $\alpha = 30$ فإن القيمة الأخيرة x_t في السلسلة قد تم ترجيحها بـ *0.3* ، أما القيمة قبل الأخيرة فقد تم ترجيحها بـ 0.21 (هذا يعني أن *21%* من قيمتها تساهم في التنبؤ) وهكذا بالنسبة لبقية القيم . إنطلاقا من القيمة الثامنة x_{t-8} يصبح معامل الترجيح أقل من 0.02 .

الشكل 1.4: تراجع قيمة المعلومة كلما توجهنا نحو الماضي

مقارنة بين الوسط الكلاسيكي وثلاثة قيم للمعامل α

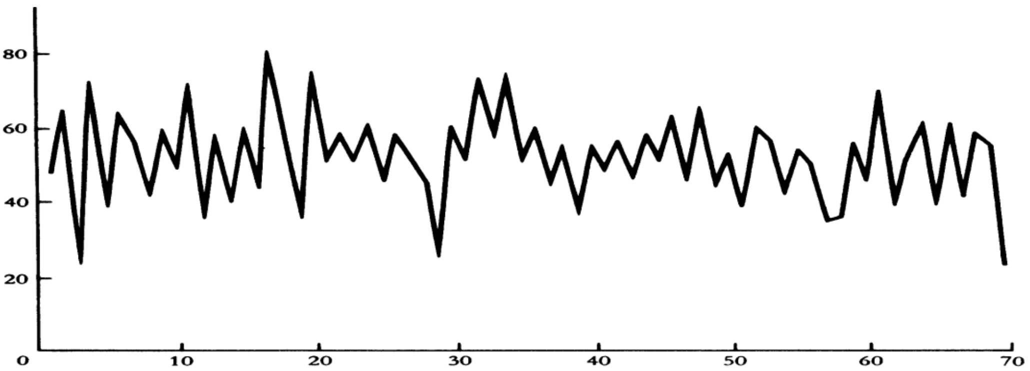


Source: Bourbonnais. R; Usunier. J-C. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris, p. 60.

2. نموذج التمليس الأسي البسيط (النموذج المستقر) : (**Le lissage simple exponentiel** : **LES**)

الذي نعنيه بالنموذج المستقر هو أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على إتجاه عام، ولا على مكونة موسمية، أي أن السلسلة الزمنية تكون مستقرة[1] (أنظر الشكل 2.4). في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن طريقة التمليس الأسي البسيط لا تصبح ملائمة للتنبؤ.

الشكل 2.4: نموذج لسلسلة زمنية مستقرة (عشوائية)



Source: Box. E. P. G *et al* . (2016). Time series analysis: Forecasting and control, 5th Edit, Wiley, USA, p. 22.

[1] بصورة عامة، تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كان وسطها وتباينها مستقرين عبر الزمن، كما أن قيمة التغاير بين فترتين زمنيتين تعتمد فقط على المسافة (الفجوة) بين هاتين الفترتين الزمنيتين وليس على الزمن الفعلي الذي تم فيه حساب التغاير .

تأخذ العلاقات التي يقوم عليها نموذج التمليس الأسي البسيط الصيغ الآتية:

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

حيث أن:

$\hat{x}_t$: القيمة المتنبأ بها في الفترة t.

x_t : قيمة المشاهدة في الفترة t.

α: معامل التمليس، حيث أن $\alpha \in [0\,;1]$.

$\hat{x}_{t-1}$: القيمة المتنبأ بها في الفترة $t-1$.

بحكم عدم توفر قيمة $\hat{x}_{t-1}$ في الفترة الأولى، فإننا ننطلق في الحساب من المعادلة التالية:

$$\hat{x}_1 = x_1$$

نطبق المعادلة الأخيرة خلال الفترة الأولى فقط، ثم بعد ذلك نعتمد المعادلة الأولى في الحساب إلى غاية انتهاء المشاهدات في السلسلة الزمنية عند المشاهدة n. بعد ذلك، يبدأ أفق التنبؤ والذي نرمز له بـ horizon (h).

تحسب القيم المتنبأ بها وفق المعادلة الآتية:

$$\hat{x}_{n+h} = \hat{x}_n \forall h$$

1.2. مثال تطبيقي حول نموذج التمليس الأسي البسيط:

إليك البيانات الشهرية لمبيعات إحدى المؤسسات:

8	7	6	5	4	3	2	1	
30	30	20	20	30	40	40	30	

- **المطلوب:**

قم بتقدير المبيعات خلال الأشهر (9، 10 و 11) باعتماد نموذج التمليس الأسي البسيط (LES) ، معتمدا معامل تمليس قدره ($\alpha = 0.3$) .

*** ملاحظة:**

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل.
- التزم برقمين (02) بعد الفاصلة دون تقريب.

- **الحل:**

➢ **انطلاقة الحساب بالنسبة للفترة الأولى ($t = 0$):**

$$\hat{x}_1 = x_1 = 30$$

➢ **الحسابات بالنسبة للفترات المتبقية:**

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

$$\hat{x}_2 = \alpha x_2 + (1-\alpha)\hat{x}_1$$
$$\hat{x}_2 = 0{,}3(40) + (1-0{,}3)(30)$$
$$\hat{x}_2 = 33$$

وهكذا نستمر على نفس النحو في العمليات الحسابية إلى غاية نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة($n = 8$).

$$\hat{x}_8 = \alpha x_8 + (1-\alpha)\hat{x}_7$$
$$\hat{x}_8 = 0{,}3(30) + (1-0{,}3)(27.64)$$
$$\hat{x}_8 = 28.34$$

➢ **التنبؤ خلال الأفق (h):**

يقوم التنبؤ خلال الأفق (h) باعتماد (LES) على الصيغة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = \hat{x}_n \forall h$$
$$\hat{x}_9 = \hat{x}_{10} = \hat{x}_{11} = \hat{x}_8 = 28.34$$

بالاعتماد على النتائج أعلاه يمكن كتابة الجدول الموالي:

1	30	30
2	40	33
3	40	35.1
4	30	33.57
5	20	29.49
6	20	26.64
7	30	27.64
8	30	28.34
9	NA*	28.34
10	NA	28.34
11	NA	28.34

*(بيانات غير متوفرة) NA : Non Available

2.2.أمثلة تطبيقية إضافية حول نموذج التمليس الأسي البسيط (LES):

- **المثال التطبيقي الأول**: إليك البيانات الشهرية لمبيعات إحدى الشركات:

	1	2	3	4	5	6	7	8
	10	20	20	30	40	40	50	50

- **المطلوب**:

قم بتقدير المبيعات خلال الأشهر (9، 10، 11، 12) باعتماد نموذج التمليس الأسي البسيط (LES)، معتمدا معامل تمليس قدره ($\alpha = 0.5$).

- **ملاحظة**:

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.

- **المثال التطبيقي الثاني:**

إليك الجدول الموالي الذي يضم بيانات تخص إحدى الشركات:

t	x_t	$\hat{x}_t$
1	15	…
2	…	30
3	…	30
4	…	40
5	90	80
6	NA*	…
7	NA	…
8	NA	…

*(بيانات غير متوفرة) NA : Non Available

- **المطلوب:**

باعتماد نموذج التمليس الأسي البسيط (LES)، قم بما يلي:

- إيجاد قيمة معامل التمليس (α).
- ملأ الفراغات (…) داخل الجدول أعلاه.

- **ملاحظة:**

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب؛

- **المثال التطبيقي الثالث:**

إليك الجدول الموالي الذي يضم بيانات تخص إحدى الشركات خلال العام 2015:

t	x_t	$\hat{x}_t$
J	30	...
F	67.5	...
M	...	60
A	...	80
M	...	160
J	...	170
J	200	...

- **المطلوب:**

إذا علمت أن حجم المبيعات المتنبأ به في شهر نوفمبر (Novembre) من العام 2015 للبيانات أعلاه باعتماد نموذج (LES) كان 194 وحدة، وأن أفق التنبؤ (h) ينطلق من شهر أوت (Août) في العام 2015، فقم بما يلي:

- إيجاد معامل التمليس (α) باعتماد نموذج (LES)؛
- ملأ الفراغات في الجدول أعلاه؛
- **سؤال نظري:** ما هو الشرط الذي إذا تحقق في البيانات فإنه يجعل من طريقة (LES) غير ملائمة للتنبؤ.

- **ملاحظة:**

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم برقمين (02) بعد الفاصلة دون تقريب.

3.2. حلول الأمثلة التطبيقية الإضافية حول نموذج التمليس الأسي البسيط (LES):

- **حل المثال التطبيقي الأول:**

➢ **إنطلاقة الحساب بالنسبة للفترة الأولى ($t = 0$):**

$$\hat{x}_1 = x_1 = 10$$

➢ **الحسابات بالنسبة للفترات المتبقية:**

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

$$\hat{x}_2 = 0{,}5(20) + (1-0{,}5)(10)$$

$$\hat{x}_2 = 15$$

وهكذا نستمر على نفس النحو في العمليات الحسابية إلى غاية نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة($n = 8$).

$$\hat{x}_8 = 0{,}5(50) + (1-0{,}5)(42{,}968)$$
$$\hat{x}_8 = 46{,}484$$

➢ **التنبؤ خلال الأفق (h):**

يقوم التنبؤ خلال الأفق (h) باعتماد (LES) على الصيغة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = \hat{x}_n \forall h$$
$$\hat{x}_9 = \hat{x}_{10} = \hat{x}_{11} = \hat{x}_{12} = \hat{x}_8 = 46{,}484$$

بالاعتماد على النتائج أعلاه يمكن كتابة الجدول الموالي:

t	x_t	$\hat{x}_t$
1	10	10
2	20	15
3	20	17.5
4	30	23.75
5	40	31.875
6	40	35.937
7	50	42.968
8	50	46.484
9	NA*	46.484
10	NA	46.484
11	NA	46.484
12	NA	46.484

*(بيانات غير متوفرة) NA : Non Available

- **حل المثال التطبيقي الثاني:**
- **حساب قيمة معامل التمليس (α):**

ننطلق من المعادلة الآتية:

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + \hat{x}_{t-1} - \alpha\hat{x}_{t-1}$$

$$\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1} = \alpha(x_t - \hat{x}_{t-1})$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1}}{x_t - \hat{x}_{t-1}}$$

بالتعويض بقيم الفترتين 4 و 5 في هذه المعادلة الأخيرة نجد:

$$\alpha = \frac{\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1}}{x_t - \hat{x}_{t-1}}$$

$$= \frac{\hat{x}_5 - \hat{x}_4}{x_5 - \hat{x}_4}$$

$$= \frac{80-40}{90-40}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0{,}8$$

نعلم أن:

$$\hat{x}_1 = x_1 = 15$$
$$\hat{x}_{n+h} = \hat{x}_n \forall h = 80$$

نعلم كذلك أن:

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$
$$\Rightarrow x_t = \frac{\hat{x}_t - (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}}{\alpha}$$

$$x_2 = \frac{30-(0{,}2)(15)}{0{,}8} = 33{,}75$$

$$x_3 = \frac{30-(0{,}2)(30)}{0{,}8} = 30$$

$$x_4 = \frac{40-(0{,}2)(30)}{0{,}8} = 42{,}5$$

بالاعتماد على النتائج أعلاه يمكن كتابة الجدول الموالي:

t	x_t	$\hat{x}_t$
1	15	15
2	33,75	30
3	30	30
4	42,5	40
5	90	80
6	NA*	80
7	NA	80
8	NA	80

NA : Non Available (بيانات غير متوفرة)*

- **حل المثال التطبيقي الثالث:**

نعلم أن: $\hat{x}_N = 194$

نعلم كذلك أن أفق التنبؤ (h) يبدأ من شهر أوت من العام 2015.

بما أن: $\hat{x}_{n+h} = \hat{x}_n \forall h$

$$\Rightarrow \hat{x}_n = \hat{x}_{n+h} = 194$$

لحساب قيمة المعامل (α) نتبع الخطوات التالية:

$$\alpha = \frac{\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1}}{x_t - \hat{x}_{t-1}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{194-170}{200-170}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,8$$

➢ **حساب قيمة $\left(\widehat{\ \ }_{F\acute{e}v}\right)$:**

$$\hat{x}_t = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$$

$$\hat{x}_{F\acute{e}v} = 0,8(67,5) + (1-0,8)(30) = 60$$

➢ **حساب قيم $(x_{Mars}, x_{Avril}, x_{Mai})$**

$$x_t = \frac{\hat{x}_t - (1-\alpha)\hat{x}_{t-1}}{\alpha}$$

$$x_{Mars} = \frac{60-(0,2)60}{0,8} = 60$$

$$x_{Avril} = \frac{80-(0,2)60}{0,8} = 85$$

$$x_{Mai} = \frac{160-(0,2)80}{0,8} = 180$$

بالاعتماد على النتائج أعلاه يمكن كتابة الجدول الموالي:

t	x_t	$\widehat{x}_t$
J	30	30
F	67,5	60
M	60	60
A	85	80
M	180	160
J	172,5	170
J	200	194

- **جواب السؤال النظري:**

الشرط الذي إذا تحقق فإنه يجعل من طريقة (LES) غير ملائمة للتنبؤ هو توفر السلسلة الزمنية على اتجاه عام (trend) و/أو مكونة موسمية (composante saisonnière). بعبارة أخرى، يجب أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة، أي تتبع حركة عشوائية حتى نتمكن من تطبيق نموذج (LES) عليها.

3. نموذج التمليس الأسي المزدوج"النموذج الخطي"
Le lissage exponentiel double (LED): « le modèle linéaire »

تسمى طريقة التمليس الأسي المزدوج (LED) كذلك بنموذج Brown. وتطبق هذه الطريقة على السلاسل الزمنية التي تحتوي على اتجاه عام (Trend) والتي هي من الشكل:

$$x_t = a_t + b_t * t$$

تقوم طريقة (LED) على فكرة تمليس سلسلة مملسة (série lissée) من قبل، ومن هنا أتت تسمية "مزدوج".

1.3. العلاقات التي يقوم عليها نموذج (LED) :

- **في مرحلة أولى:** نقوم بتمليس السلسلة على مرحلتين باعتماد المعادلتين الآتيتين:

$$S_t = \alpha x_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha)SS_{t-1}$$

حيث أن:

S_t : القيمة المملسة في الزمن (t)

α : معامل التمليس، حيث أن: $\alpha \in (0;1$

x_t : المشاهدة في الزمن (t)

S_{t-1} : القيمة المملسة في الزمن (t-1)

SS_t : إعادة تمليس القيمة S_t في الزمن(t)

- **في مرحلة ثانية:** نحتاج كذلك في تحليلنا إلى حساب قيم الميل b_t والحد الثابت a_t ، واللذان يمكن الحصول عليهما وفق المعادلتين التاليتين:

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t)$$

$$a_t = 2S_t - SS_t$$

- **في مرحلة ثالثة:** التنبؤ في الأفق h يكون وفق المعادلة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + b_n * h$$
$$(où : h = 1 , 2 , \ldots , k)$$

2.3. مثال تطبيقي حول نموذج التمليس الأسي المزدوج:

يوضح الجدول الموالي عدد الوحدات التالفة x_t المنتجة في مصنع شهريا:

Date	*Jan*	*Fev*	*Mar*	*Avr*	*Mai*	*Juin*	*Juill*	*Aout*	*Sep*	*Oct*	*Nov*	*Dec*
	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

- **المطلوب:**

استخدم طريقة (LED) للتنبؤ بعدد الوحدات التالفة خلال الأشهر الأربع المقبلة وذلك باعتماد(α=0.5) .

- **ملاحظة:**
  - التزم برقمين (02) بعد الفاصلة دون تقريب.
  - قم بكتابة كل القوانين المستخدمة في الحل.

3.3. حل المثال تطبيقي حول نموذج التمليس الأسي المزدوج:

لاحظ أننا خلال الفترة الأولى 1 نعتبر أن:

$$S_1 = SS_1 = x_1 = a_1 = 57$$

لاحظ أن PREVt يحسب وفقا للصيغة الموالية (نطبق هذه العلاقة إلى غاية الفترة n فقط):

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1}$$

t	x_t	S_t	SS_t	b_t	a_t	$PREV_t$
1	57	57,00	57,00	0,00	57,00	
2	55	56,00	56,50	-0,50	55,50	57,00
3	63	59,50	58,00	1,50	61,00	55,00
4	66	62,75	60,38	2,38	65,13	62,50
5	63	62,88	61,63	1,25	64,13	67,50
6	67	64,94	63,28	1,66	66,59	65,38
7	67	65,97	64,63	1,34	67,31	68,25
8	69	67,48	66,05	1,43	68,91	68,66
9	75	71,24	68,65	2,59	73,84	70,34
10	79	75,12	71,88	3,24	78,36	76,43
11	76	75,56	73,72	1,84	77,40	81,59
12	82	78,78	76,25	2,53	81,31	79,24
13						83,84
14						86,37
15						88,90
16						91,42

- **شرح طريقة الحساب:**

سنقوم هنا بشرح طريقة الحساب للسطر الثاني(شهر فيفري الذي يمثل t_2) . هذه العمليات الحسابية سوف تتكرر على طول الفترات الموالية (حتى الفترة n وهي t_{12} في مثالنا هذا) على النحو التالي:

➢ **شهر فيفري:**

$$S_t = \alpha x_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

$$S_2 = 0.5(55) + (1-0.5)57 = 56$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha)SS_{t-1}$$

$$SS_2 = 0.5(56) + (1-0.5)57 = 56.5$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t)$$

$$b_2 = \frac{0.5}{1-0.5}(56 - 56.5) = -0.5$$

$$a_t = 2S_t - SS_t$$

$$a_2 = 2(56) - 56.5 = 55.5$$

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1}$$

$$PREV_2 = 57 + 0 = 57$$

نستمر على هذا النحو في الحساب إلى غاية t_{12} : شهر ديسمبر والذي يمثل تاريخ انتهاء مشاهدات العينة التي لدينا (الفترة n). بعد انتهاء مشاهدات العينة، تنطلق فترة التنبؤ (أفق التنبؤ h) ويكون ذلك كما يلي:

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + b_n * h$$

$$(où : h = 1 , 2 , 3 , 4)$$

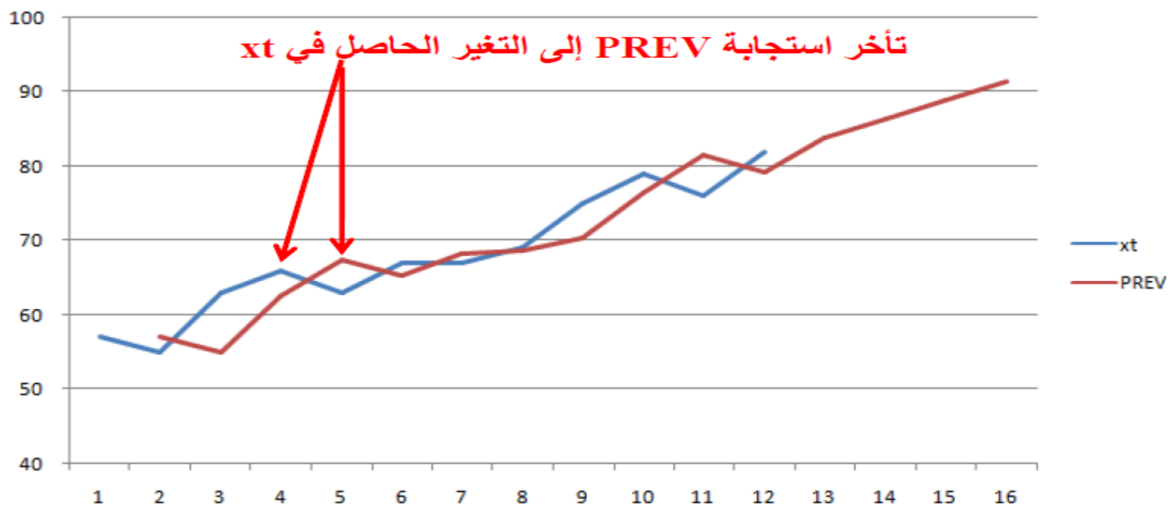
$$\hat{x}_{12+1} = 81.31 + 2.53 * (1) = 83.84$$

$$\hat{x}_{12+2} = 81.31 + 2.53 * (2) = 86.37$$

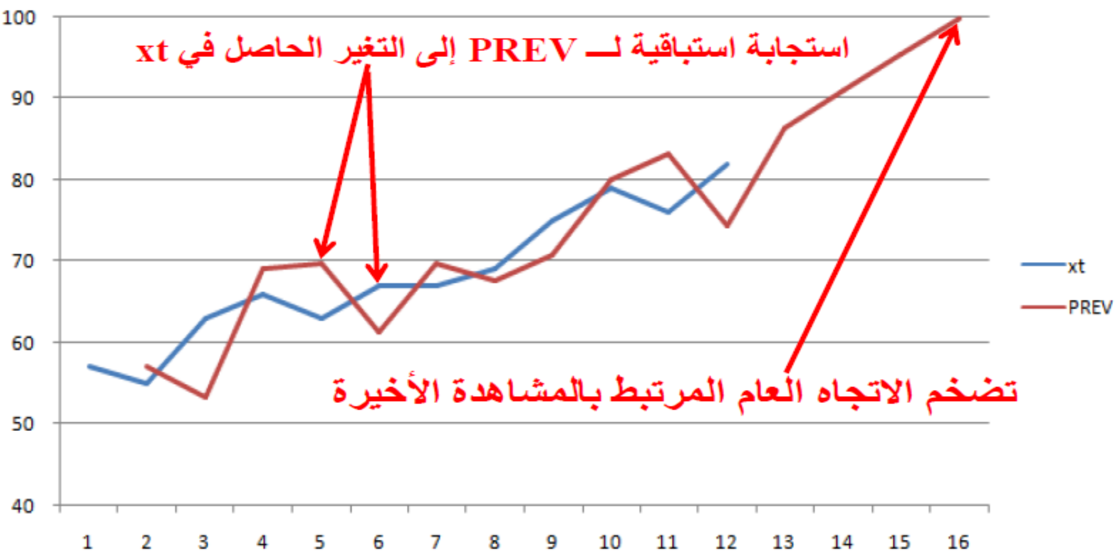
$$\hat{x}_{12+3} = 81.31 + 2.53 * (3) = 88.90$$

$$\hat{x}_{12+4} = 81.31 + 2.53 * (4) = 91.42$$

➢ التمثيل البياني للمشاهدات الأصلية مقابل القيم المتنبأ بها باعتبار (α=0.5):



➢ التمثيل البياني للمشاهدات الأصلية مقابل القيم المتنبأ بها باعتبار (α=0.9):



- **التعليق على الرسمين البيانيين:**

- نلاحظ أن التنبؤ يتفاعل بشكل متأخر مع التغير في السلسلة الزمنية الأصلية، إنها "ظاهرة سباق التتابع" بين القيم المحققة $_t$ والقيم المتنبأ بها $PREV$. (Le phénomène de course poursuite entre réalisation et prévision).
- يكون المنحنى المستخرج بالاعتماد على المعام ل (α=0.9) شديد التفاعل مع هذه التغيرات المفاجئة . ومع ذلك، في التوقعات، نجد أنه يضخم بقوة مركبة الاتجاه العام المرتبطة بالمشاهدة الأخيرة؛
- يؤدي التعديل المفرط للمعامل α (افتراض قيم متطرفة: 0.1 مقابل 0.9 مثلا) إلى نتائج غير متجانسة وغير مستقرة. والرسمان البيانيان السابقان يظهران محدودية طريقة التمليس الأسي.

4.3. مثال تطبيقي إضافي حول نموذج التمليس الأسي المزدوج:

إليك السلسلة الزمنية x_t التي تمثل المبيعات الشهرية لإحدى الشركات:

Date	1	2	3	4	5	6	7	8
	10	20	20	30	40	40	50	50

- **المطلوب:**

- استخدم طريقة (LED) للتنبؤ بعدد الوحدات التالفة خلال الأشهر (9، 10، 11، 12) من نفس السنة، وذلك باعتماد0.5=α) ؛
- قم بتمثيل السلسلة الأصلية وسلسلة PREV في بيان واحد.

- **ملاحظة:**

- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.
- قم بكتابة كل القوانين المستخدمة في الحل.

5.3. حل المثال التطبيقي الإضافي حول نموذج التمليس الأسي المزدوج:

لاحظ أننا خلال الفترة الأولى t_1 نعتبر أن:

$$S_1 = SS_1 = x_1 = a_1 = 10$$

لاحظ أن PREVt يحسب وفقا للصيغة الموالية (نطبق هذه العلاقة إلى غاية الفترة n فقط):

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1}$$

t	x_t	S_t	SS_t	b_t	a_t	$PREV_t$
1	10	10,000	10,000	0,000	10,000	
2	20	15,000	12,500	2,500	17,500	10,000
3	20	17,500	15,000	2,500	20,000	20,000
4	30	23,750	19,375	4,375	28,125	22,500
5	40	31,875	25,625	6,250	38,125	32,500
6	40	35,938	30,781	5,156	41,094	44,375
7	50	42,969	36,875	6,094	49,063	46,250
8	50	46,484	41,680	4,805	51,289	55,156
1						56,094
2						60,898
3						65,703
4						70,508

- **شرح طريقة الحساب:**

سنقوم هنا بشرح طريقة الحساب للسطر الثاني(شهر فيفري الذي يمثل t_2). هذه العمليات الحسابية سوف تتكرر على طول الفترات الموالية (حتى الفترة n وهي t_8 في مثالنا هذا) على النحو التالي:

➢ **شهر فيفري:**

$$S_t = \alpha x_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

$$S_2 = 0.5(20) + (1 - 0.5)10 = 15$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1 - \alpha) SS_{t-1}$$

$$SS_2 = 0.5(15) + (1 - 0.5)10 = 12.5$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t)$$

$$b_2 = \frac{0.5}{1-0.5}(15 - 12.5) = 2.5$$

$$a_t = 2S_t - SS_t$$

$$a_2 = 2(15) - 12.5 = 17.5$$

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1}$$

$$PREV_2 = 10 + 0 = 10$$

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + b_n * h$$

$$(o\text{ù} : h = 1\,,2\,,3\,,4)$$

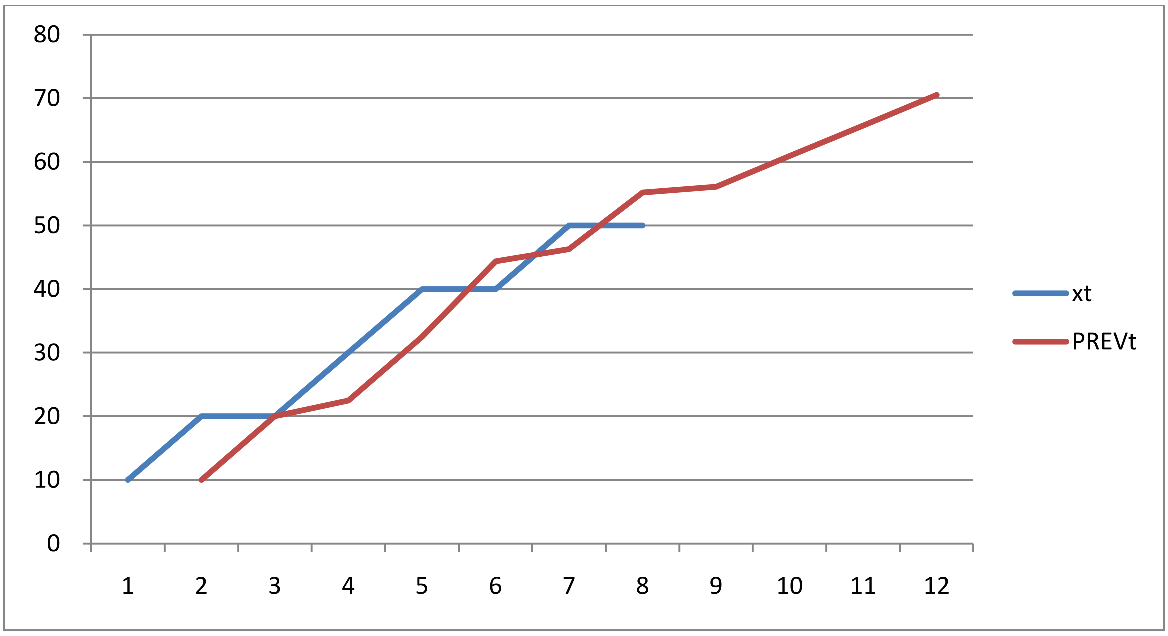
$$\hat{x}_{8+1} = 51.289 + 4.805 * (1) = 56.094$$

$$\hat{x}_{8+2} = 51.289 + 4.805 * (2) = 60.899$$

$$\hat{x}_{8+3} = 51.289 + 4.805 * (3) = 65.704$$

$$\hat{x}_{8+4} = 51.289 + 4.805 * (4) = 70.509$$

➢ التمثيل البياني السلسلة الأصلية مقابل سلسلة **PREV**:



4. نموذج هولت (**Holt**):

النموذج الذي قدمناه في المحاضرة السابقة (حول نموذج LED) يسمى بنموذج "براون" (modèle de Brown).

يمكننا كذلك استخدام تمليس "هولت" والذي ينتمي بدوره إلى نماذج التمليس الأسي المزدوج (LED) على غرار نموذج براون، حيث أنه (نموذج هولت) لا يطبق إلا على السلاسل الزمنية التي تحتوي على إتجاه عام فقط.

يقوم نموذج هولت على عمليتي تمليس منفصلتين هما[1]:

- تمليس الحد الثابت (المتوسط) (a_t) بمعامل تمليس α ، $\alpha \in [0;1]$.
- تمليس الميل (b_t) بمعامل تمليس β ، $\beta \in [0;1]$.

• في الحالة الخاصة أين يكون $(\alpha = \beta)$ يتحول نموذج هولت إلى نموذج التمليس الأسي المزدوج لبراون (كلا النموذجين يعطياننا نفس النتائج في هذه الحالة)[2].

1.4. العلاقات التي يقوم عليها نموذج **Holt**:

تمليس المتوسط (الحد الثابت): $a_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

تمليس الاتجاه العام (الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

التنبؤ في الزمن (t) عند الأفق (h) يكون وفقا للصيغة التالية:

---

[1] Bourbonnais. R., Usunier. J-C. *Ibid*, p. 66.

[2] Bourbonnais. R., Terraza. M. (2010). Analyse des séries temporelles : Applications à l'économie et la gestion, Paris, DUNOD, 3ème Edit, p. 65.

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + h * b_n \quad ; \quad (où: h = 1, 2, \dots, k)$$

حيث أن:

$\hat{x}_{n+h}$: القيمة المتنبأ بها في الزمن (n+h).

a_n: المتوسط الملمس (moyenne lissée) عند الزمن (n) (وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة).

b_n: الاتجاه العام الملمس (tendance lissée) عند الزمن (n) (وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة).

- **إنطلاق عملية الحساب بالنسبة للفترة (t = 1):**
  - انطلاقة المتوسط الملمس : $a_1 = x_1$
  - انطلاقة الاتجاه العام الملمس : $b_1 = 0$

2.4. مثال تطبيقي حول نموذج Holt:

نطبق النموذج على بيانات المثال المتعلق بعدد الوحدات التالفة:

	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sep	Oct	Nov	Déc
	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

- **المطلوب:**

- استخدم نموذج Holt للتنبؤ بعدد الوحدات التالفة خلال الأشهر الأربع المقبلة وذلك باعتماد : $(\alpha = 0,3 \quad ; \quad \beta = 0,2)$.

1. قم بتمثيل السلسلة الأصلية (xt) وسلسلة التنبؤ (PREVt) في رسم بياني واحد وعلق عليه.

- **ملاحظات:**

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.

3.4. حل المثال التطبيقي حول نموذج Holt:

تكون الإجابة المنهجية من خلال الجدول الموالي:

t	x_t	b_t	a_t	$PREV_t$
1	57	0	57	
2	55	-0,120	56,400	57,000
3	63	0,283	58,296	56,280
4	66	0,728	60,805	58,579
5	63	0,816	61,974	61,534
6	67	1,069	64,053	62,790
7	67	1,182	65,685	65,122
8	69	1,310	67,507	66,867
9	75	1,681	70,672	68,817
10	79	2,080	74,347	72,352

11	76	2,054	76,298	76,426
12	82	2,273	79,447	78,352
h = 1				81,719
h = 2				83,992
h = 3				86,265
h = 4				88,538

- **نقطة الانطلاق في الحسابات بالنسبة للفترة (t = 1) (شهر جانفي):**

$$a_1 = x_1 = 57$$
$$b_1 = 0$$

- **شرح لبقية الحسابات:** بعد الفترة الأولى *(t = 1)* نبدأ في استخدام معادلتي التمليس الخاصتين بنموذج هولت على النحو التالي:

➢ **شهر فيفري *(t = 2)*:**

$$a_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$
$$a_2 = 0{,}3(55) + (1-0{,}3)(57+0)$$
$$a_2 = 16{,}5 + 39{,}9 = 56{,}4$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$
$$b_2 = 0{,}2(56{,}4 - 57) + (1-0{,}2)\ 0$$
$$b_2 = -0{,}12$$

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1}$$
$$PREV_2 = 57 + 0 = 57$$

➢ **شهر مارس *(t = 3)*:**

$$a_3 = 0{,}3(63) + (0{,}7)(54 + (-0.12))$$
$$a_3 = 18{,}9 + 39{,}396 = 58{,}296$$

$$b_3 = 0{,}2(58{,}296 - 56{,}4) + (0{,}8)(-0.12)$$
$$b_3 = 0{,}379 - 0.096 = 0.28$$

$$PREV_3 = 56{,}4 - 0.12 = 56{,}280$$

➢ تطبق هذه العلاقات من (t = 2) إلى غاية (t = n = 12) والذي يعبر عن نهاية مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية (xt) في المثال الذي بين أيدينا.

➢ التنبؤ في الأفق (**h**):

➢ شهر جانفي من السنة المقبلة (***t = 13***):

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + h * b_n \quad ; \quad (où: h = 1, 2, \ldots, k)$$

$$\hat{x}_{12+1} = 79{,}447 + (1) * (2{,}273) = 81.72 \text{ وحدة}$$

➢ شهر فيفري من السنة المقبلة (***t = 14***):

$$\hat{x}_{12+2} = 79{,}447 + (2) * (2{,}273) = 83{,}993 \text{ وحدة}$$

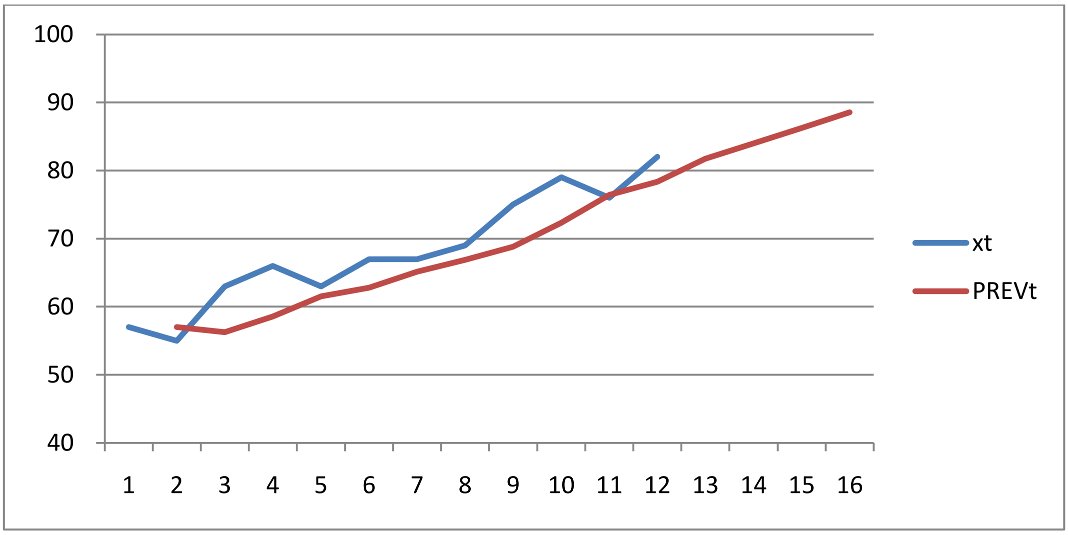
➢ شهر مارس من السنة المقبلة (***t = 15***):

$$\hat{x}_{12+3} = 79{,}447 + (3) * (2{,}273) = 86.266 \text{ وحدة}$$

➢ شهر أفريل من السنة المقبلة (***t = 16***):

$$\hat{x}_{12+4} = 79{,}447 + (4) * (2{,}273) = 88{,}539 \text{ وحدة}$$

➢ تمثيل السلسلة الأصلية (**xt**) وسلسلة التنبؤ (**PREVt**):



- **التعليق على الرسم البياني:**

- يتضح من الرسم البياني (PREVt) أن نموذج هولت يتنبأ باستمرار الاتجاه العام التصاعدي للظاهرة (xt) خلال الأشهر الأربعة من السنة المقبلة.
- يتضح كذلك، أن هناك تأخرا في استجابة نموذج التنبؤ إلى التغيرات الحاصلة على مستوى بيانات الظاهرة (xt)، لكنه من الممكن تصحيح هذا التأخر عبر تعديل قيم $(\alpha\ et\ \beta)$.

5. نموذج هولت- وينترز (Holt-Winters):

تم طرح هذه الطريقة من قبل Holt et Winters في العام 1960. وتتلخص في نموذج تمليس أسي مزدوج (LED) ذو معلمتين $(a_t\ et\ b_t)$ كما قدمه Holt ، هذا بالنسبة للطرف غير الموسمي من السلسلة؛ بالإضافة إلى تمليس أسي لمعلمة موسمية (S_t) تم وضعه من طرف Winters[1].

الميزة التي يقدمها هذا النموذج هي إدراج المكونة الموسمية في عملية التنبؤ، وعليه: ***"يتم تطبيق نموذج (Holt-Winters) على السلاسل الزمنية التي تحتوي على اتجاه عام ومكونة موسمية معا"*** .

تضم طريقة التمليس الأسي هذه إذن، ثلاثة معلمات (paramètres) يجب تقديرها، كما أن هناك صيغتان لنموذج (Holt-Winters): صيغة النموذج الجمعي وصيغة النموذج الضربي.

1.5. صيغة النموذج الضربي الخاصة بنموذج Holt-Winters:

في مثل هذه الحالة نعبر عن السلسلة الزمنية كما يلي:

$$x_t = (a_t + b_t * t)S_t + \varepsilon_t$$

يقوم النموذج على ثلاثة عمليات تمليس هي:

- تمليس الحد الثابت (المتوسط) (Alpha) (a) بمعامل تمليس (ألفا) α ، $\alpha \in [0;1]$.
- تمليس الميل (b) بمعامل تمليس (Beta) β ، $\beta \in [0;1]$.
- تمليس الموسمية (S) بمعامل تمليس (Gamma) γ ، $\gamma \in [0;1]$.

- **العلاقات المستخدمة:**

تمليس المتوسط[2] (الحد الثابت): $a_t = \alpha(\frac{x_t}{S_{t-p}}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

تمليس الاتجاه العام (الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

تمليس الموسمية: $S_t = \gamma(\frac{x_t}{a_t}) + (1-\gamma)S_{t-p}$

التنبؤ في الزمن (t) عند الأفق (h) يكون وفقا للصيغة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = (a_n + h * b_n) * S_i \quad ; \quad (où: h = 1, 2, \dots, k)$$

حيث أن:

$\hat{x}_{n+h}$: القيمة المتنبأ بها في الزمن (n+h).

a_n: المتوسط المملس (moyenne lissée) عند الزمن (n) (وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة).

b_n: الاتجاه العام المملس (tendance lissée) عند الزمن (n) (وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة).

[1] Bourbonnais. R., Usunier. J-C, *Op. cit*, p. 66.

[2] نستخدم $t-p$ لأن S_t لم يعرف بعد.

S_i: المؤشر (المعامل) الموسمي (coefficient saisonnier) الملائم لفترة التنبؤ.

h: أفق التنبؤ، والذي تتغير قيمته من 1 إلى غاية K.

- للتنبؤ في الفترة من (t = 1) إلى غاية (t = n) ، أي الفترة التي تسبق الأفق h نستخدم العلاقة التالية:

$$PREV_t = (a_{t-1} + b_{t-1}) * S_{t-p}$$

- **تشترط بعض نماذج التنبؤ التأكد من تحقق الشرط التالي:**

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = p$$

حيث أن (p) يعبر عن دورية البيانات (périodicité des données) وهي (p = 12 en mensuel, p = 4 en trimestriel).

في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$S_i^* = \frac{S_i}{\bar{S}} \quad où: \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

2.5. صيغة النموذج الجمعي الخاصة بنموذج **Holt-Winters**:

في مثل هذه الحالة نعبر عن السلسلة الزمنية كما يلي:

$$x_t = a_t + b_t * t + S_t + \varepsilon_t$$

- **العلاقات المستخدمة:**

تمليس المتوسط (الحد الثابت): $a_t = \alpha(x_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

تمليس الاتجاه العام (الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

تمليس الموسمية: $S_t = \gamma(x_t - a_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$

التنبؤ في الزمن (t) عند الأفق (h) يكون وفقا للصيغة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = (a_n + h * b_n) + S_i \quad ; \quad (où: h = 1, 2, \dots, k)$$

- للتنبؤ في الفترة من (t = 1) إلى غاية (t = n) ، أي الفترة التي تسبق الأفق h نستخدم العلاقة التالية:

$$PREV_t = a_{t-1} + b_{t-1} + S_{t-p}$$

- **تشترط بعض نماذج التنبؤ التأكد من تحقق الشرط التالي:**

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = 0$$

حيث أن (p) يعبر عن دورية البيانات (périodicité des données) وهي (p = 12 en mensuel, p = 4 en trimestriel).

في حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$S_i^* = S_i - \bar{S} \quad où: \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

➢ **انطلاق عملية الحساب بالنسبة للفترة ($t = 1, 2, \dots, p$):**

على غرار بقية طرق التمليس الأسي، نجد أنفسنا في مواجهة مشكلة انطلاق بداية الحساب بسبب عدم توفر القيم المبدئية، وعليه يمكن اعتماد القيم الآتية كبداية للحساب (هذا بالنسبة للسنة الأولى فقط):

- **بداية حساب الموسمية:**

➢ **بالنسبة لصيغة النموذج الجمعي:** يتم تقدير المؤشرات الموسمية للسنة الأولى بطرح القيم المشاهدة (x_t) في كل مرة من المتوسط الحسابي $(\bar{x})$ لجميع مشاهدات السنة الأولى، أي:

➢ **بالنسبة لصيغة النموذج الضربي:** يتم تقدير المؤشرات الموسمية للسنة الأولى بقسمة القيم المشاهدة (x_t) في كل مرة على المتوسط الحسابي $(\bar{x})$ لجميع مشاهدات السنة الأولى، أي:

$$S_t = \frac{x_t}{\bar{x}} \quad pour\ t = 1, 2, \dots, p$$

- بداية $(a\ et\ b)$ تكون متماثلة بالنسبة للنموذجين الجمعي أو الضربي على حد سواء، وتكون كما يأتي:

➢ **بداية المتوسط المملس:** $a_p = \bar{x}$

➢ **بداية الاتجاه العام المملس:** $b_p = 0$

3.5. مثال تطبيقي حول نموذج Holt-Winters:

استخدم صيغة النموذج الجمعي لنموذج (Holt-Winters) معتمدا: $(\alpha = 0{,}4\ ;\ \beta = 0{,}1\ ;\ \gamma = 0{,}3)$ للتنبؤ بالمبيعات الربع سنوية للسنة الرابعة، بالإضافة إلى مبيعات الربع الأول من السنة الخامسة، انطلاقا من بيانات الجدول الموالي:

Dates	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	1248,30	1392,10	1056,60	3159,10
Année 2	890,80	1065,30	1117,60	2934,20
Année 3	1138,20	1456	1224,30	3090,20

- **ملاحظات:**

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم بثلاثة (03) أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.

4.5. حل المثال التطبيقي حول نموذج Holt-Winters:

يوضح الجدول الموالي حساب التنبؤ باستخدام نموذج Holt-Winters:

t	*Dates*	x_t	a_t	b_t	S_t	S_t^*	$PREV_t$
1	**Année 1: T1**	1248,3	—	—	-465,725	-465,725	—
2	**T2**	1392,1	—	—	-321,925	-321,925	—
3	**T3**	1056,6	—	—	-657,425	-657,425	—
4	**T4**	3159,1	1714,025	0,000	1445,075	1445,075	—
5	**Année 2: T1**	890,8	1571,025	-14,300	-530,075	-516,007	—
6	**T2**	1065,3	1488,925	-21,080	-352,435	-338,367	1234,800
7	**T3**	1117,6	1590,717	-8,793	-602,133	-588,065	810,420
8	**T4**	2934,2	1544,805	-12,505	1428,371	1442,439	3026,999
9	**Année 3: T1**	1138,2	1581,063	-7,628	-503,911	-511,200	1016,293
10	**T2**	1456	1661,807	1,209	-308,447	-316,850	1235,067
11	**T3**	1224,3	1722,756	7,183	-571,030	-580,158	1074,951
12	**T4**	3090,2	**1697,067**	**3,896**	1417,800	1408,208	3172,377
13	**Année 4: T1**						1189,763
14	**T2**						1388,009
15	**T3**						1128,597
16	**T4**						3120,858
17	**Année 5: T1**						1205,346

- **شرح طريقة الحساب:**

➢ **انطلاق الحسابات بالنسبة للسنة الأولى:**

$$\mathrm{a_p} = a_4 = \text{المتوسط الحسابي لمشاهدات السنة الأولى} = \bar{x} = 1714{,}025$$

$$\bar{x} = \frac{1248{,}3+1392{,}1+1056{,}6+3159{,}1}{4} = 1714{,}025$$

$$b_p = b_4 = 0$$

$$S_t = x_t - 1714 \;\; pour\; t = 1, 2, 3, 4.$$

$$\Rightarrow S_1 = 1248{,}3 - 1714{,}025 = -465{,}725$$

$$S_2 = 1392{,}1 - 1714{,}025 = -321{,}925$$

$$S_3 = 1056{,}6 - 1714{,}025 = -657{,}425$$

$$S_4 = 3159{,}1 - 1714{,}025 = 1445{,}075$$

نتحقق من الشرط:

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = 0$$

$$-465{,}725 + (-321{,}925) + (-657{,}425) + 1445{,}075 = 0$$

وعليه، فإن المؤشرات الموسمية للسنة الأولى لا تحتاج إلى تصحيح.

➢ **شرح الحسابات بالنسبة للسنة الثانية:**

- **الثلاثي الأول (t = 5):**

انطلاقا من السنة الثانية نشرع في استخدام المعادلات التي يقوم عليها نموذجHolt-Winters كما يلي:

$$a_t = \alpha(x_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$
$$a_5 = \alpha(x_5 - S_{5-4}) + (1-\alpha)(a_{5-1} + b_{5-1})$$
$$a_5 = \alpha(x_5 - S_1) + (1-\alpha)(a_4 + b_4)$$
$$a_5 = 0{,}4(890{,}8 - (-465{,}725)) + (1-0{,}4)(1714{,}025 + o)$$
$$a_5 = 1571{,}025$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$
$$b_5 = \beta(a_5 - a_{5-1}) + (1-\beta)b_{5-1}$$
$$b_5 = \beta(a_5 - a_4) + (1-\beta)b_4$$
$$b_5 = 0{,}1(1571{,}025 - 1714{,}025) + (1-0{,}1)0$$
$$b_5 = -14{,}3$$

$$S_t = \gamma(x_t - a_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$
$$S_5 = \gamma(x_5 - a_5) + (1-\gamma)S_{5-4}$$
$$S_5 = \gamma(x_5 - a_5) + (1-\gamma)S_1$$
$$S\_5 = 0{,}3(890{,}8 - 1571{,}025) + (1-0{,}3)(-465{,}725)$$
$$S_5 = -530{,}075$$

$$\mathrm{PREV_t} = a_{t-1} + b_{t-1} + S_{t-p}$$
$$\mathrm{PREV}_6 = a_5 + b_5 + S_2$$
$$\mathrm{PREV}_6 = 1571{,}025 + (-14{,}3) + (-321{,}925)$$
$$\mathrm{PREV}_6 = 1234{,}8$$

وهكذا نستمر في الحسابات بنفس الطريقة إلى غاية نهاية السنة الثانية(t = 8) .

➢ قبل الانتقال للسنة الثالثة نتحقق من الشرط:

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = 0$$
$$-530{,}075 + (-352{,}435) + (-602{,}133) + 1428{,}371 = -56{,}272 \neq 0$$

بما أن مجموع المؤشرات الموسمية للسنة الثانية يختلف عن الصفر، يتوجب علينا تصحيحها على النحو التالي:

$$S_i^* = S_i - \bar{S} \quad o\text{ù:} \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p} = \frac{-56,272}{4} = -14,068$$

$$S_1^* = (-530,075) - (-14,068) = -516,007$$

$$S_2^* = (-352,435) - (-14,068) = -338,367$$

$$S_3^* = (-602,133) — 14,068 = -588,065$$

$$S_1^* = 1428,371 - (-14,068) = 1442,439$$

إعادة التحقق من الشرط:

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = 0$$

$$-516,007 + (-338,367) + (-588,065) + 1442,439 = 0$$

➢ **لاحظ أنه قد تم تصحيح المؤشرات الموسمية بحيث أن مجموعها أصبح معدوما.**

وهكذا نستمر في الحسابات بنفس الطريقة إلى غاية نهاية المشاهدات t أي إلى ($t = 12$)، ولكن في هذه المرة نعتمد في حساباتنا على المؤشرات الموسمية المصححة بدلا عن المؤشرات الموسمية الأصلية[1].

➢ **التنبؤ في الأفق (*h*):**

$$\hat{x}_{n+h} = (a_n + h * b_n) + S_i$$

➢ **التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الرابعة ($t = 13$):**

$$\hat{x}_{13} = (1697,067 + 1 * 3,896) + (-511,2)$$

$$\hat{x}_{13} = 1189,763$$

➢ **التنبؤ للثلاثي الثاني من السنة الرابعة ($t = 14$):**

$$\hat{x}_{14} = (1697,067 + 2 * 3,896) + (-316,850)$$

$$\hat{x}_{14} = 1388,009$$

➢ **التنبؤ للثلاثي الثالث من السنة الرابعة ($t = 15$):**

$$\hat{x}_{15} = (1697,067 + 3 * 3,896) + (-580,158)$$

$$\hat{x}_{15} = 1128,597$$

➢ **التنبؤ للثلاثي الرابع من السنة الرابعة ($t = 16$):**

$$\hat{x}_{16} = (1697,067 + 4 * 3,896) + 1408,208$$

$$\hat{x}_{16} = 3120,859$$

➢ **التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الخامسة ($t = 17$):**

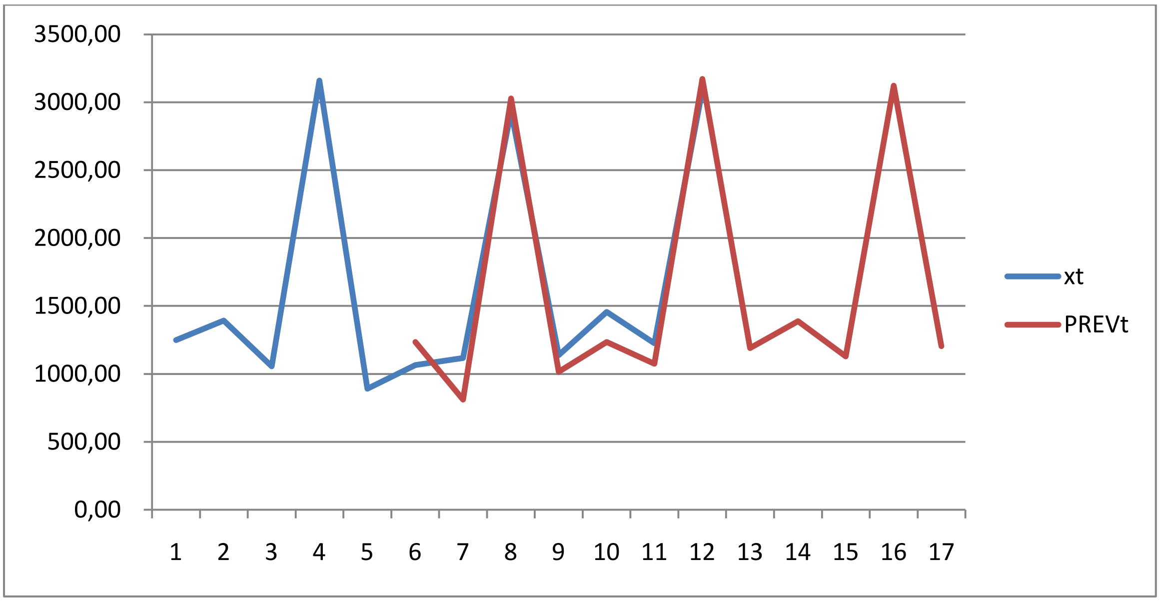
$$\hat{x}_{17} = (1697,067 + 5 * 3,896) + (-511,2)$$

$$\hat{x}_{17} = 1205,347$$

[1] تأكد في نهاية كل سنة من أن المؤشرات الموسمية لا تحتاج إلى تصحيح .

- ***لاحظ أننا عند حساب التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الخامسة $(\hat{x}_{17})$ استخدمنا المؤشر الموسمي للثلاثي الأول من السنة الثالثة $(S_1 = -511,2)$. والسبب واضح، لأن السنة الرابعة لا تحتوي على مؤشرات موسمية، مما اضطرنا بالعودة صعودا إلى السنة الثالثة.***

➢ التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية (**xt**) مع سلسلة التنبؤ (**PREVt**):



➢ تمرين للمحاولة:

يوضح الجدول الموالي المبيعات الشهرية لمنتج ما خلال ثلاث سنوات:

DATES	x_t
Année 1-J	401,60
F	395,70
M	451,00
A	427,60
M	496,80
J	467,70
J	352,30
A	182,10
S	522,20
O	687,20
N	1080,30
D	1391,60
Année 2-J	263,90
F	289,90
M	337,00
A	374,00
M	292,70

J	398,60
J	421,70
A	173,80
S	522,10
O	642,40
N	984,20
D	1307,60
Année 3-J	393,40
F	316,20
M	428,60
A	467,60
M	501,00
J	487,40
J	463,30
A	165,90
S	595,10
O	698,10
N	1012,10
D	1380,00

- **المطلوب**:

- استخدم صيغة **النموذج الضربي** لنموذج (**Holt–Winters**) معتمدا: ($\alpha = 0{,}3$; $\beta = 0{,}1$; $\gamma = 0{,}2$) للتنبؤ بالمبيعات الشهرية خلال السنة الرابعة.
- قم بتمثيل السلسلة الزمنية الأصلية xt مع سلسلة التنبؤ PREVt وعلق على الرسم.

➢ **اعتمد المؤشرات الموسمية في الحسابات دون القيام بتصحيحها.**

- **ملاحظات**:

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؛
- التزم برقمين (02) بعد الفاصلة دون تقريب؛
- أنجز الحل باستخدام برمجية (Excel) وذلك بسبب طول السلسلة الزمنية.

6. كيف نختار معامل التمليس؟:

1.6. المبادئ العامة:

حتى نبدأ عملية التمليس لابد من اختيار قيمة للثابت "ألفا"، مثلا ($\alpha = 0,3$). هذا الاختيار يعتبر غاية في الخطورة، إذ أنه يقيد التنبؤ في المستقبل من خلال درجة الترجيح (pondération) التي نعطيها للماضي القريب والماضي البعيد.

لقد تم وضع العديد من المقاربات لتقدير (α): تقوم "*المقاربة الكلاسيكية*" على اعتماد قيمة للمعامل (α)، تعمل على تخفيض (تدنية) الفارق بين التنبؤ (prévision) والتحقق (réalisation) على مستوى الجزء المعلوم من السلسلة الزمنية (أي قبل الأفق h).

هنالك مقاربة أخرى، تقوم على إجراء عمليات تنظيم ورقابة، والتي تسمح بتعديل معامل التمليس في كل مرة . وعليه، في حال وجود تباعد مستمر بين التنبؤ $(\hat{x}_t)$ والتحقق (x_t)، فإن قيمة (α) تتعدل بصفة آلية لتتكيف مع التغيرات الطارئة على هيكل البيانات[1].

2.6. قيمة (α) التي تخفض مجموع مربعات أخطاء التنبؤ:

هذه الطريقة هي الأكثر شيوعا، حيث تقوم على مبدأ بسيط : باعتماد مجال (intervalle) لقيم $\alpha\ (\alpha_1\ ;\ \alpha_2)$ ، وباعتماد خطوة (un pas) ضئيلة بين هذه القيم (لتكن مثلا 0,05)، يتم اجراء محاكاة (simulation) للتنبؤات، وعليه نتمكن من حساب مجموع مربعات أخطاء التنبؤ (somme des carrés des erreurs de prévision). نعتمد بعد ذلك قيمة (α) التي تخفض مجموع مربعات الفروقات. بالإمكان تعميم هذه الطريقة للحصول على قيم المعاملات الثلاثة (α, β, γ) [2].

تتلخص خطوات هذه العملية في البحث عن قيمة معامل التمليس الذي يخفض مجموع مربعات أخطاء التنبؤات الماضية، أي:

$$Min \sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \sum_{t=1}^{n} (x_t - \hat{x}_t)^2$$

وذلك بتغيير قيمة (α) على النحو التالي (نختار مجالا معينا نعمل على أساسه):

$$\alpha_1 = 0{,}1 \quad ; \quad \alpha_2 = 0{,}6 \quad ; \quad pas = 0{,}05$$

$$Soit\ \ \alpha = 0{,}1 \ \ ; \ \ \alpha = 0{,}15 \ \ ; \ \ \alpha = 0{,}2 \ \ ; \ \ \ldots \ \ ; \ \alpha = 0{,}6$$

أخيرا، المعامل (α) الذي نعتمده هو ذلك الذي يتفق مع أقل قيمة للكمية: $\sum_{t=1}^{n} (x_t - \hat{x}_t)^2$.

1.2.6. مثال تطبيقي حول كيفية اختيار معامل التمليس:

قم بالبحث عن معامل التمليس (α) الأمثل باستخدام نموذج (Brown : LED) على البيانات الآتية:

---

[1] Vaté. M. (1993). Statistique chronologique et prévision, Economica, Paris, pp. 223, 224.

[2] يسمح لنا استخدام الخيار (SOLVEUR) في برمجية Excel بحل هذا المشكل دون صعوبة كبيرة.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

➢ فاضل بين معاملات التمليس الآتية باعتماد ***المقاربة الكلاسيكية*** :

- **ملاحظات:**

- التزم برقمين بعد الفاصلة دون تقريب؛
- اكتب كل القوانين المستخدمة في الحل.

2.2.6. حل المثال التطبيقي حول كيفية اختيار معامل التمليس:

➢ **الحل باعتبار أن** $(\alpha = 0,1)$:

x_t	S_t	SS_t	b_t	a_t	$PREV_t = \hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
57	57,00	57,00	0,00	57,00			
55	56,80	56,98	-0,02	56,62	57,00	-2	4
63	57,42	57,02	0,04	57,82	56,60	6	41
66	58,28	57,15	0,13	59,41	57,86	8	66
63	58,75	57,31	0,16	60,19	59,53	3	12
67	59,58	57,54	0,23	61,61	60,35	7	44
67	60,32	57,81	0,28	62,82	61,84	5	27
69	61,19	58,15	0,34	64,22	63,10	6	35
75	62,57	58,59	0,44	66,54	64,56	10	109
79	64,21	59,15	0,56	69,27	66,98	12	144
76	65,39	59,78	0,62	71,00	69,83	6	38
82	67,05	60,51	0,73	73,60	71,62	10	108
المجموع							**628**

➢ **الحل باعتبار أن** $(\alpha = 0,4)$:

x_t	S_t	SS_t	b_t	a_t	$PREV_t = \hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
57	57,00	57,00	0,00	57,00			
55	56,20	56,68	-0,32	55,72	57,00	-2	4
63	58,92	57,58	0,90	60,26	55,40	8	58
66	61,75	59,25	1,67	64,26	61,16	5	23
63	62,25	60,45	1,20	64,05	65,93	-3	9
67	64,15	61,93	1,48	66,37	65,26	2	3
67	65,29	63,27	1,34	67,31	67,85	-1	1
69	66,77	64,67	1,40	68,87	68,65	0	0
75	70,06	66,83	2,16	73,30	70,27	5	22
79	73,64	69,55	2,72	77,72	75,46	4	13

76	74,58	71,57	2,01	77,60	80,45	-4	20
82	77,55	73,96	2,39	81,14	79,61	2	6
المجموع							**158**

➢ **الحل باعتبار أن $(\alpha = 0,5)$** :

x_t	S_t	SS_t	b_t	a_t	$PREV_t = \hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
57	57,00	57,00	0,00	57,00			
55	56,00	56,50	-0,50	55,50	57,00	-2	4
63	59,50	58,00	1,50	61,00	55,00	8	64
66	62,75	60,38	2,38	65,13	62,50	4	12
63	62,88	61,63	1,25	64,13	67,50	-5	20
67	64,94	63,28	1,66	66,59	65,38	2	3
67	65,97	64,63	1,34	67,31	68,25	-1	2
69	67,48	66,05	1,43	68,91	68,66	0	0
75	71,24	68,65	2,59	73,84	70,34	5	22
79	75,12	71,88	3,24	78,36	76,43	3	7
76	75,56	73,72	1,84	77,40	81,59	-6	31
82	78,78	76,25	2,53	81,31	79,24	3	8
المجموع							**172**

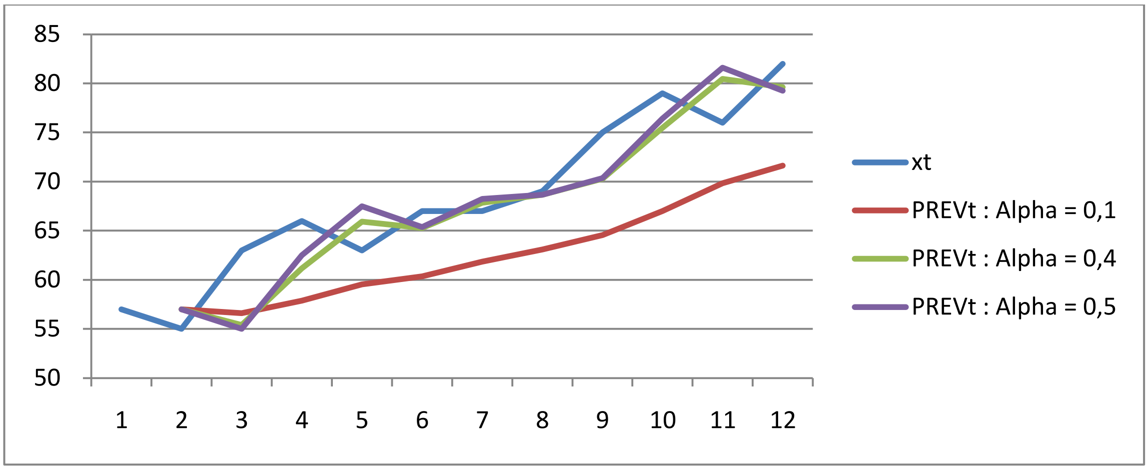
➢ **ملخص النتائج**:

α	$\sum_{t=1}^{n} e_t^2$
0,1	628
0,4	**158**
0,5	172

من الواضح أن المعامل $(\alpha = 0,4)$ هو المفضل بحسب المقاربة الكلاسيكية، وهذا لأنه يحقق شرط تدنية مجموع مربعات أخطاء التنبؤ[1].

[1] في حال استخدمنا الحاسوب في الحل باستخدام خيار (SOLVEUR) على برمجية Excel فإننا نتوصل إلى أن قيمة معامل التمليس المثلى هي : $(\alpha =$ 0,37).

- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية مرفقة بالتنبؤات باستخدام معاملات التمليس $(\boldsymbol{\alpha = 0,1\ ;\ \alpha = 0,4\ ;\ \alpha = 0,5})$:



- **التعليق على الرسم البياني:**

يتضح من الرسم أن منحنى التنبؤ PREVt الأقرب إلى منحنى السلسلة الزمنية الأصلية xt هو ذلك الخاص بمعامل التمليس $(\alpha = 0{,}4)$، وبالتالي فإن أخطاء التنبؤ تكون هي الأقل بالمقارنة مع بقية المنحنيات PREVt عند $(\alpha = 0{,}1\ et\ \alpha = 0{,}5)$.

3.2.6. مثال تطبيقي إضافي أول حول كيفية اختيار معامل التمليس :

إليك البيانات التالية:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

- **المطلوب:**

- استخدم نموذج (LED : Brown)، معتبرا $(\alpha = 0{,}5)$ في إيجاد القيم المتنبأ بها (PREVt) خلال الفترة من (t = 1) إلى غاية (t = 12).
- استخدم خيار (SOLVEUR) في إيجاد القيمة المثلى للمعامل (Alpha) والتي تجعل من مجموع مربعات الأخطاء عند أدنى مستوى له، وذلك باعتماد القيدين التاليين :

- **القيد الأول** : $(\boldsymbol{\alpha \geq 0,1})$
- **القيد الثاني**: $(\boldsymbol{\alpha \leq 0,7})$

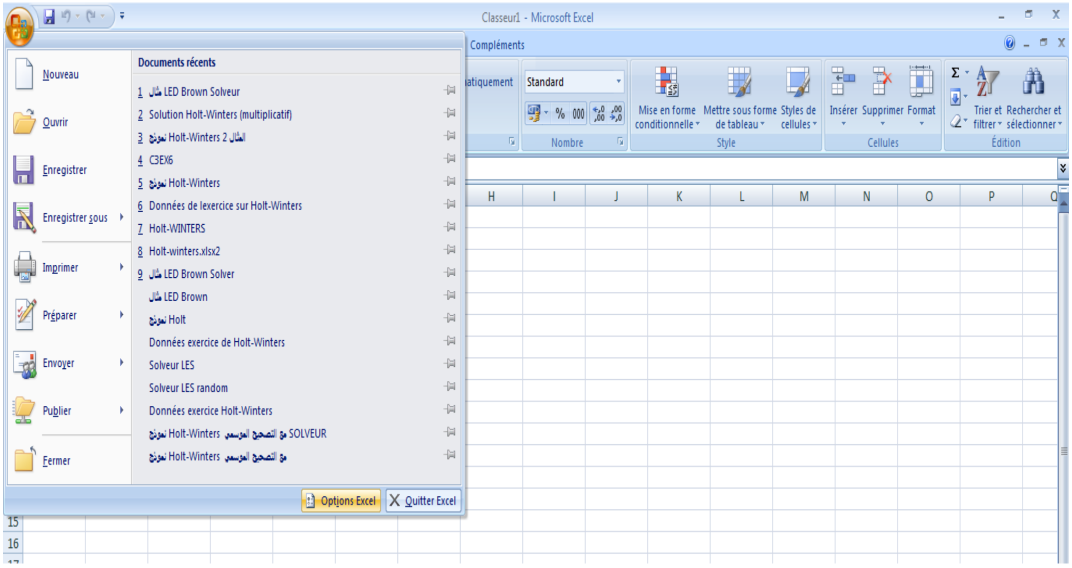
4.2.6. حل المثال التطبيقي الإضافي الأول حول كيفية اختيار معامل التمليس:

- **تفعيل خيار SOLVEUR على برمجة Excel:**

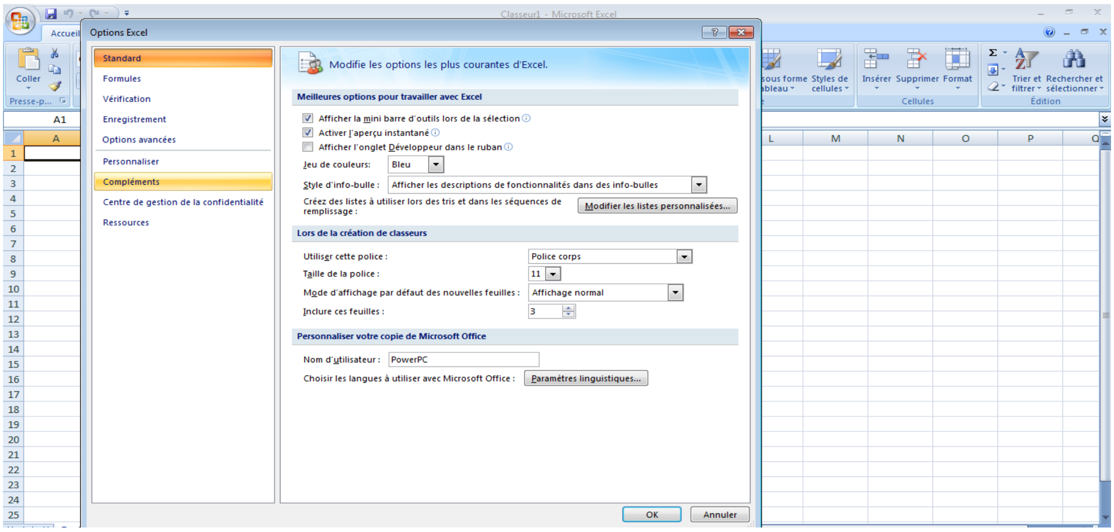
يكون ذلك وفق الخطوات التالية:

- الضغط على Bouton Office في أعلى يسار الشاشة؛

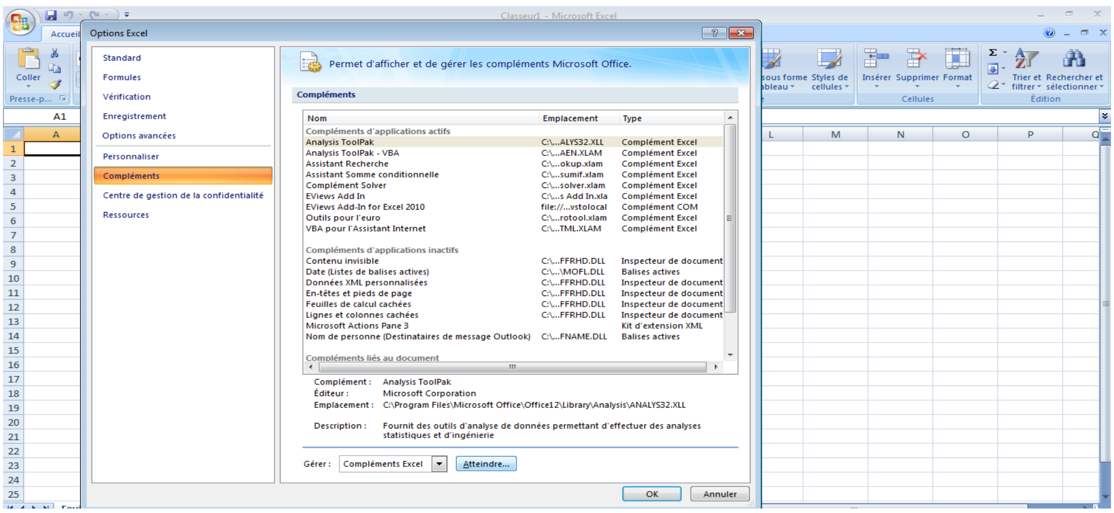
- الضغط على خيار Option Excel؛



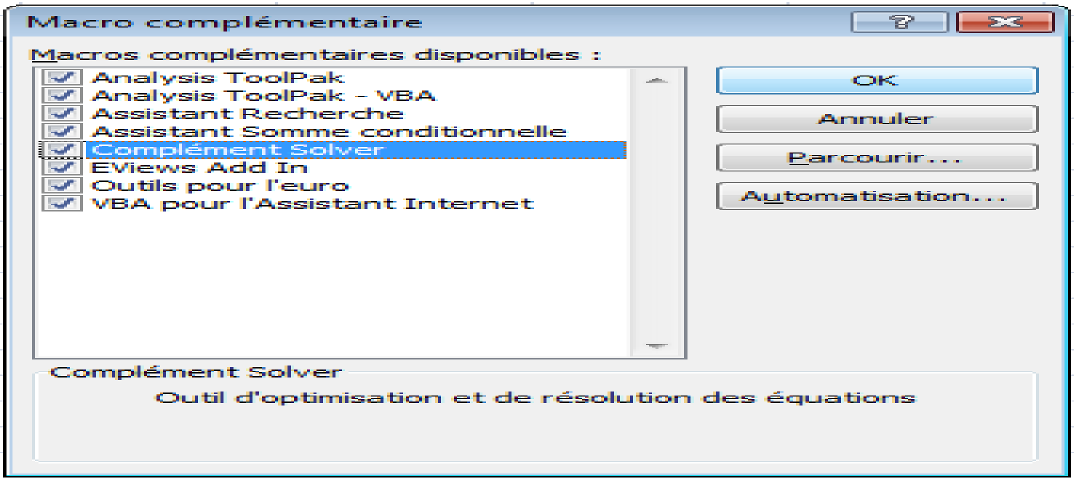
- الضغط على خيار Compléments؛



- الضغط على خيار Atteindre؛



- الضغط على خيار Complément Solver؛
- الضغط على OK.

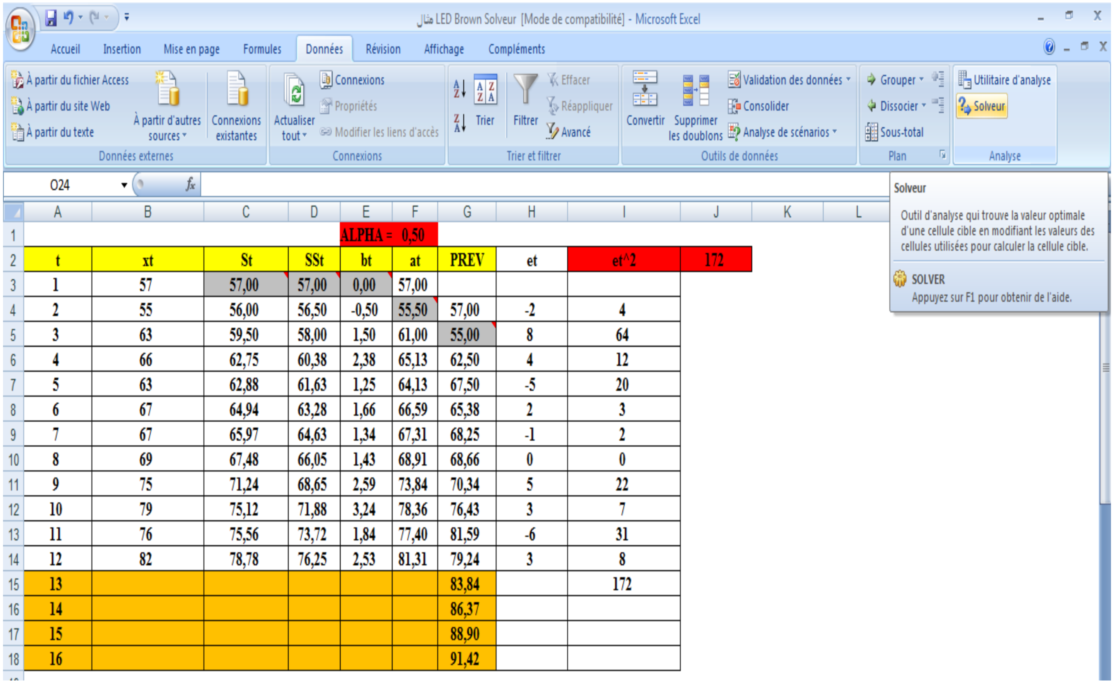


➢ **إيجاد القيمة المثلى لمعامل التمليس:**

- إعداد الجدول والقيام بالحسابات الضرورية وفق نموذج (Brown: LED)، وباعتماد $(\alpha = 0{,}5)$؛
- حساب الأخطاء وفق المعادلة الآتية:

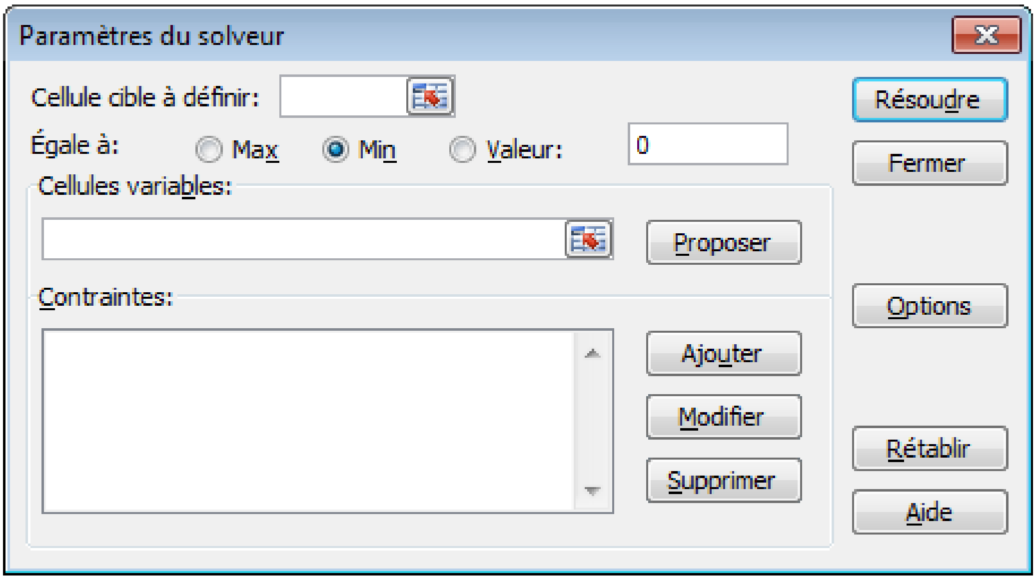
$$e_t = x_t - PREV_t$$

- حساب مجموع مربعات الأخطاء؛
- الضغط على خيار Données، ثم على SOLVEUR.

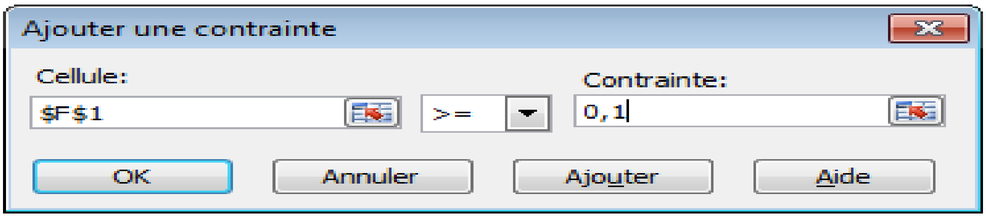


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1					ALPHA =	0,50				
2	t	xt	St	SSt	bt	at	PREV	et	et^2	172
3	1	57	57,00	57,00	0,00	57,00				
4	2	55	56,00	56,50	-0,50	55,50	57,00	-2	4	
5	3	63	59,50	58,00	1,50	61,00	55,00	8	64	
6	4	66	62,75	60,38	2,38	65,13	62,50	4	12	
7	5	63	62,88	61,63	1,25	64,13	67,50	-5	20	
8	6	67	64,94	63,28	1,66	66,59	65,38	2	3	
9	7	67	65,97	64,63	1,34	67,31	68,25	-1	2	
10	8	69	67,48	66,05	1,43	68,91	68,66	0	0	
11	9	75	71,24	68,65	2,59	73,84	70,34	5	22	
12	10	79	75,12	71,88	3,24	78,36	76,43	3	7	
13	11	76	75,56	73,72	1,84	77,40	81,59	-6	31	
14	12	82	78,78	76,25	2,53	81,31	79,24	3	8	
15	13						83,84		172	
16	14						86,37			
17	15						88,90			
18	16						91,42			

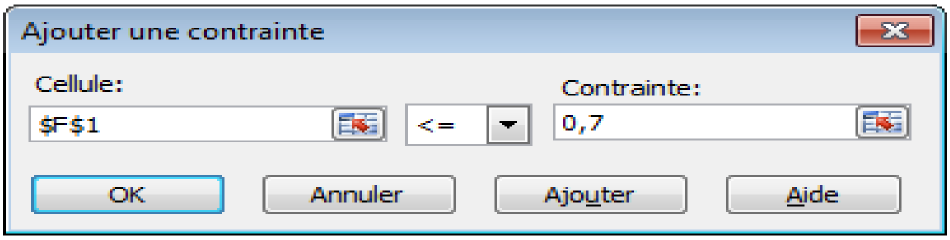
- تظهر لنا شاشة Paramètres du solveur:



- نحدد « sélectionner» خانة مجموع مربعات الأخطاء في خيار Cellule cible à définir؛
- تحتها نختار Min في خيار Egale à لأننا نريد القيمة الأدنى لمجموع مربعات الأخطاء؛
- نحدد خانة قيمة المعامل Alpha في خيار Proposer؛
- نحدد القيود في خيار Contraintes وذلك بالضغط على Ajouter كما يلي:
- نحدد خانة قيمة المعامل Alpha في خيار Cellule؛
- نكتب قيمة القيد الأول، ثم قيمة القيد الثاني في خيار Contrainte؛



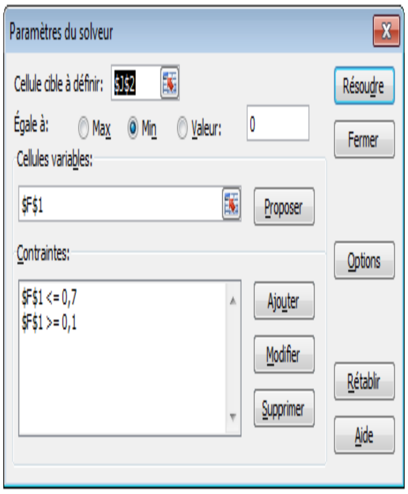
- بعد إضافة القيد الأول: $(\alpha \geq 0{,}1)$ نضغط على Ajouter، بعدها نضيف القيد الثاني $(\alpha \leq 0{,}7)$ كما يلي:



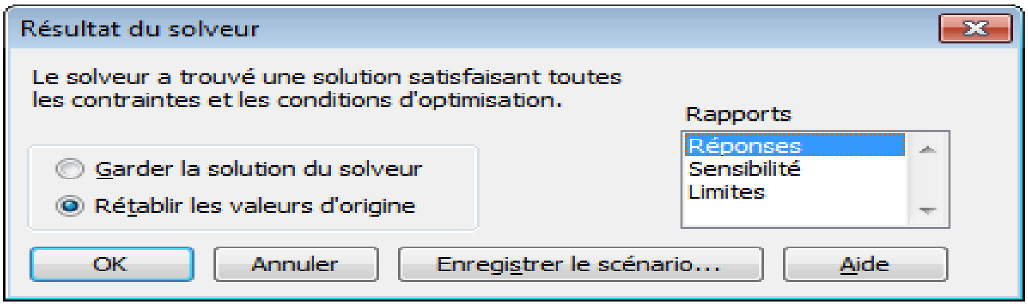
- نضغط على Ajouter ثم على OK؛

ALPHA = 0,50

t	xt	St	SSt	bt	at	PREV	et	et^2	172
1	57	57,00	57,00	0,00	57,00				
2	55	56,00	56,50	-0,50	55,50	57,00	-2	4	
3	63	59,50	58,00	1,50	61,00	55,00	8	64	
4	66	62,75	60,38	2,38	65,13	62,50	4	12	
5	63	62,88	61,63	1,25	64,13	67,50	-5	20	
6	67	64,94	63,28	1,66	66,59	65,38	2	3	
7	67	65,97	64,63	1,34	67,31	68,25	-1	2	
8	69	67,48	66,05	1,43	68,91	68,66	0	0	
9	75	71,24	68,65	2,59	73,84	70,34	5	22	
10	79	75,12	71,88	3,24	78,36	76,43	3	7	
11	76	75,56	73,72	1,84	77,40	81,59	-6	31	
12	82	78,78	76,25	2,53	81,31	79,24	3	8	
13						83,84		172	
14						86,37			
15						88,90			
16						91,42			

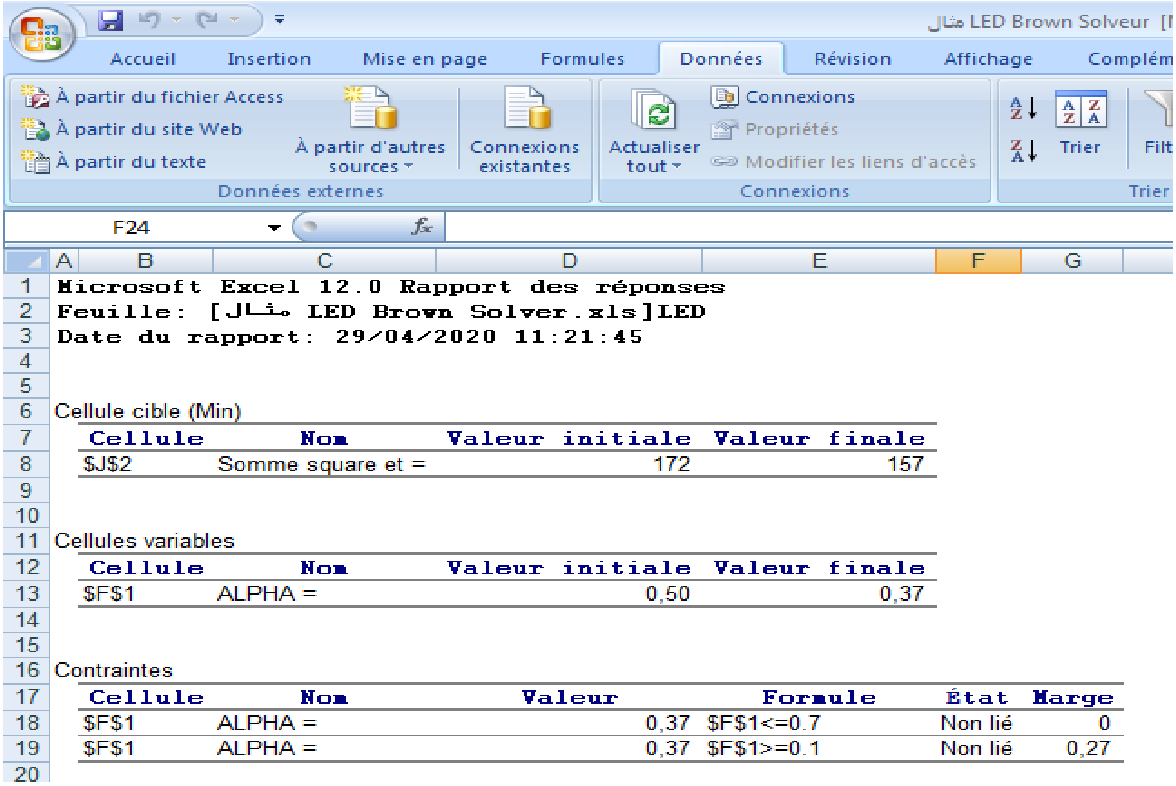


- نضغط على Résoudre؛



- من نافذة Résultat du solveur نختار Rétablir les valeurs d'origine، ومن خيار Rapports نختار Réponses، ثم الضغط على OK؛
- تظهر لنا النتائج في صورة جدول كما يلي:

الجدول 2.4: تحديد القيمة المثلى لمعامل التمليس باستخدام برمجية Excel



Microsoft Excel 12.0 Rapport des réponses
Feuille: [مثال LED Brown Solver.xls]LED
Date du rapport: 29/04/2020 11:21:45

Cellule cible (Min)

Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale
J2	Somme square et =	172	157

Cellules variables

Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale
F1	ALPHA =	0,50	0,37

Contraintes

Cellule	Nom	Valeur	Formule	État	Marge
F1	ALPHA =	0,37	F1<=0.7	Non lié	0
F1	ALPHA =	0,37	F1>=0.1	Non lié	0,27

المصدر: مخرجات برمجية Excel

- يظهر الجدول الأول الذي بعنوان Cellule cible Min، في عمود Valeur finale، أن قيمة مجموع مربعات الأخطاء تساوي: 157. أي :

$$Min \sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \sum_{t=1}^{n} (x_t - \hat{x}_t)^2 = 157$$

- يظهر الجدول الثاني الذي بعنوان Cellules variables، في عمود Valeur finale أن قيمة المعامل Alpha المثلى هي $(\alpha = 0{,}37)$، وهي تلك القيمة التي تجعل من مجموع مربعات الأخطاء عند أدنى مستوى له.

5.2.6 مثال تطبيقي إضافي ثاني حول كيفية اختيار معامل التمليس:

قم بالبحث عن معامل التمليس (α) الأمثل باستخدام نموذج (LES) على البيانات الآتية:

	1	2	3	4	5
	10	50	20	40	30

- **المطلوب:**

- فاضل بين معاملات التمليس الآتية باعتماد ***المقاربة الكلاسيكية*** :

$$(\alpha = 0{,}1 \ ; \ \alpha = 0{,}3 \ ; \ \alpha = 0{,}5)$$

- قم بتمثيل السلسلة الزمنية الأصلية *xt* مع سلاسل التنبؤ PREVt المختلفة في رسم بياني وحيد، ثم علق على الرسم.

- قم بإيجاد معامل التمليس الأمثل باستخدام خيار SOLVEUR من برمجية Excel ، وذلك باعتبار القيدين التاليين :

القيد الأول: $(\alpha \geq 0,1)$؛

القيد الثاني: $(\alpha \leq 0,7)$.

- **ملاحظات:**

- التزم بثلاثة أرقام بعد الفاصلة دون تقريب؛
- اكتب كل القوانين المستخدمة في الحل.

6.2.6. حل المثال التطبيقي الإضافي الثاني حول كيفية اختيار معامل التمليس:

- **المفاضلة بين معاملات التمليس باعتماد المقاربة الكلاسيكية:**

➢ **الحل باعتبار أن** $(\alpha = 0,1)$:

x_t	$\hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
10	10	0	0
50	14	36	1296
20	14,6	5,4	29,16
40	17,14	22,86	522,58
30	18,426	11,574	133,96
المجموع			**1981,7**

➢ **الحل باعتبار أن** $(\alpha = 0,3)$:

x_t	$\hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
10	10	0	0
50	22	28	784
20	21,4	-1,4	1,96
40	26,98	13,02	169,52
30	27,886	2,114	4,47
المجموع			**959,95**

➢ **الحل باعتبار أن** $(\alpha = 0,5)$:

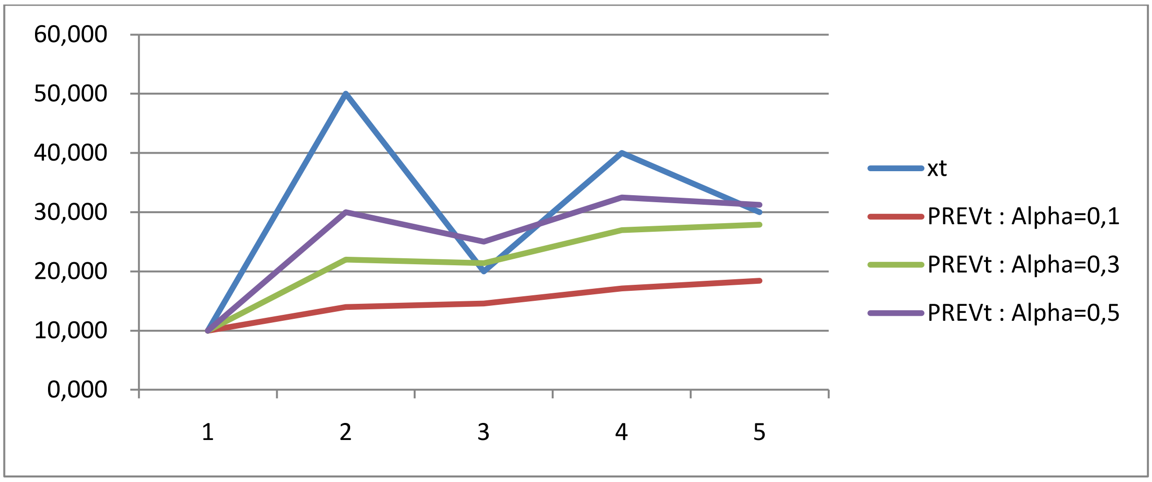
x_t	$\hat{x}_t$	$e_t = x_t - \hat{x}_t$	e_t^2
10	10	0	0
50	30	20	400
20	25	-5	25
40	32,5	7,5	56,25
30	31,25	-1,25	1,56
المجموع			**482,81**

➢ ملخص النتائج:

α	$\sum_{t=1}^{n} e_t^2$
0,1	1981,7
0,3	959,95
0,5	**482,81**

من الواضح أن المعامل $(\alpha = 0{,}5)$ هو المفضل بحسب ***المقاربة الكلاسيكية*** ، وهذا لأنه يحقق شرط تدنية مجموع مربعات أخطاء التنبؤ.

➢ **التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية مرفقة بسلاسل التنبؤات باستخدام معاملات التمليس** $(\boldsymbol{\alpha = 0,1\ ;\ \alpha = 0,3\ ;\ \alpha = 0,5})$:



➢ **التعليق على الرسم البياني:**

يتضح من الرسم أن منحنى التنبؤ PREVt الأقرب إلى منحنى السلسلة الزمنية الأصلية xt هو ذلك الخاص بمعامل التمليس $(\alpha = 0{,}5)$، وبالتالي فإن أخطاء التنبؤ تكون هي الأقل بالمقارنة مع بقية المنحنيات PREVt عند $(\alpha = 0{,}1\ et\ \alpha = 0{,}3)$.

➢ إيجاد معامل التمليس الأمثل باستخدام خيار SOLVEUR من برمجية Excel ، وذلك باعتبار القيدين التاليين:

القيد الأول : $(\boldsymbol{\alpha \geq 1})$

القيد الثاني : $(\boldsymbol{\alpha \leq 0,7})$

Microsoft Excel 12.0 Rapport des réponses
Feuille: [Solveur LES+rapport.xlsx]Feuil1
Date du rapport: 05/05/2020 19:14:09

Cellule cible (Min)

Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale
G8	somme et^2 =	1981,70	195,19

Cellules variables

Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale
B5	Alpha	0,1	0,7

Contraintes

Cellule	Nom	Valeur	Formule	État	Marge
B5	Alpha	0,7	B5>=0.1	Non lié	0,6
B5	Alpha	0,7	B5<=0.7	Lié	0

➢ التعليق على تقرير **SOLVEUR**:

- يظهر الجدول الأول الذي بعنوان Cellule cible Min، في عمود Valeur finale، أن قيمة مجموع مربعات الأخطاء تساوي: 195,19 أي :

$$Min \sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \sum_{t=1}^{n}(x_t - \hat{x}_t)^2 = 195{,}19$$

- يظهر الجدول الثاني الذي بعنوان Cellules variables، في عمود Valeur finale أن قيمة المعامل Alpha المثلى هي $(\alpha = 0{,}7)$، وهي تلك القيمة التي تجعل من مجموع مربعات الأخطاء عند أدنى مستوى له.

المحاضرة الخامسة : استخدام تحليل الانحدار الخطي في التنبؤ:

تمهيد:

في كثير من النواحي العملية نجد أن هناك علاقة بين متغيرين (أو أكثر). على سبيل المثال، نجد أن أوزان الذكور البالغين تعتمد بدرجة معينة على أطوالهم، محيط الدائرة على نصف قطرها، الاستهلاك على ا لدخل، الكمية المطلوبة على السعر، وغيرها من الأمثلة . في أغلب الأحيان يكون من المرغوب فيه التعبير عن هذه العلاقات بصورة رياضية وذلك بتحديد المعادلة التي تربط بين المتغيرات.

يمنحنا الانحدار[1] (Regression) أداة رياضية قوية لفهم العلاقة التي تربط جملة من المتغيرات مع بعضها البعض. وفي الحقيقة للانحدار تطبيقات لا ح صر لها، إذ استخدم لأول مرة من قبل عا لم الفلك والفيزياء الايطالي (Biscovich, R. J. 1711-1787) والذي كان أول من توصل لطريقة يمكن من خلالها تحديد معاملات خط الانحدار. بعد ذلك توالت الأعمال التي طورت طريقة (Biscovich)، فكانت الأبحاث التي قام بها (de Laplace, Pierre Simon) ؛ كذلك أعمال (Gauss Carl Friedrich and Legender Adrien Marie) ؛ أيضا إسهامات العالم الموسوعي البريطاني (Galton Francis, 1822-1911) في مجال تطوير مفهوم الانحدار واستخداماته[2].

سنتطرق في هذه المحاضرة إلى العناصر التالية : الانحدار الخطي البسيط؛ تطبيق الانحدار الخطي البسيط على السلاسل الزمنية؛ تطبيق الانحدار الخطي البسيط على المتغيرات الصورية؛ الانحدار الخطي المتعدد.

---

[1] الانحدار طريقة رياضية تمكننا من إيجاد معادلة تصف العلاقة بين متغيرين أو أكثر . وسيتم شرح هذه الطريقة والفرضيات التي تقوم عليها با لتفصيل في الصفحات المقبلة من هذهالمحاضرة.

[2] Dodge. Y, *Op. cit*, pp. 450, 452.

1. الانحدار الخطي البسيط:

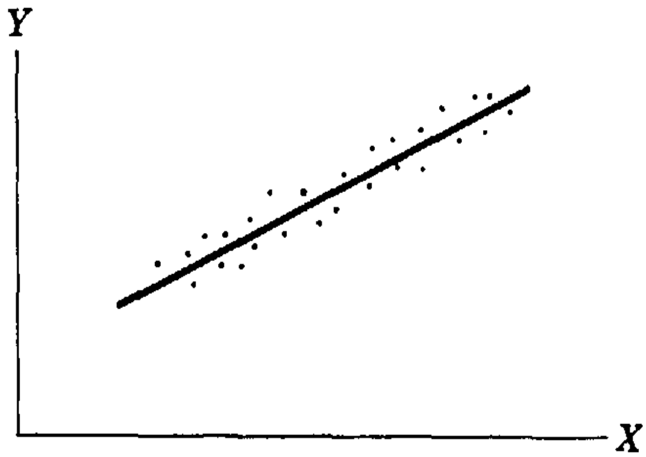
عموما، يعرف الانحدار على النحو التالي : "هو أسلوب رياضي لتقدير العلاقة بين متغيرين أو أكثر، بدلالة وحدات قياس المتغيرات المعتمدة (التابعة) في العلاقة، وغالبا ما تسمى هذه العلاقات بنماذج الانحدار"[1].

الغرض من تحليل الانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression) هو تقدير العلاقة الرياضية الخطية التي تربط بين متغيرين فقط. وفي دراسة تحليل الانحدار نواجه نوعين من المتغيرات هما:

- **المتغير التابع**: هو ذلك المتغير الذي تتأثر قيمته في حال تغيرت قيمة المتغير المستقل، بحيث يتأثر به ولا يؤثر فيه. لنتفق على تسمية هذا المتغير بـ (Y).
- **المتغير المستقل**: ويسمى كذلك بالمتغير التفسيري، حيث يؤثر في قيمة المتغير التابع دون أن يتأثر هو به . لنتفق على تسمية هذا المتغير بـ (X).

يمكن تمثيل العلاقة بين هذين المتغيرين من خلال رسم بياني كما يوضحه الشكل الموالي:

الشكل 1.5: رسم توضيحي لشكل الانتشار



Source : Spiegel. R. M ; Stephens. L. J. (1999). Theory and problems of statistics, 3rd Edit, McGraw-Hill, USA, p. 282.

كل نقطة في شكل الانتشار (Scatter Plot) تمثل ثنائية نقاط للمتغيرين (X and Y)، وقد تم رسم هذا الخط المستقيم ليكون مقاربا ومعبرا عن كافة النقاط في هذا الشكل . يسمى هذا الخط بـ : **خط الانحدار** (Regression Line)، ويعبر عنه رياضيا بمعادلة المستقيم التي تأخذ الشكل التالي:

$$Y_i = a + bX_i + \varepsilon_i$$
$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

[1] طعمة حسن ياسين؛ حنوش إيمان حسين. (2009). أساليب الإحصاء التطبيقي، دار صفاء، عمان، ص. 213.

حيث أن:

Y_i: المتغير التابع (Dependent Variable)؛

X_i: المتغير المستقل (Independent Variable)؛

a: معامل التقاطع (Intercept Coefficient)؛

b: معامل الانحدار (الميل) (Regression Coefficient)؛

ε_i: الحد العشوائي (Error Term)؛

لأجل تقدير معاملات (معلمات) نموذج الانحدار الخطي البسيط $(a\ and\ b)$ نستخدم طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS).

1.1. طريقة المربعات الصغرى العادية:

هي طريقة تهدف إلى تصغير (minimize) مجموع مربعات (Squares) الفروق العمودية (الرأسية) بين المشاهدات الفعلية (البيانات) والاستجابات التي يتوقع حدوثها في نموذج الانحدار الخطي البسيط.

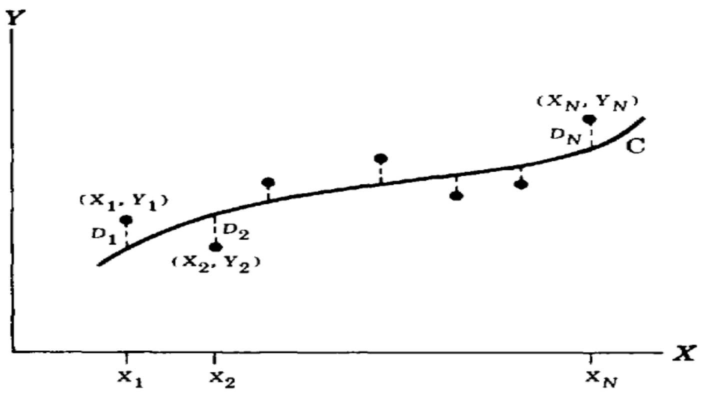
يوضح الشكل أدناه (الشكل: 2.5) الفروق بين القيم الفعلية للمشاهدات $(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ والقيم المتوقعة المقابلة لها $(\widehat{Y_1}, \widehat{Y_2}, \dots, \widehat{Y}_N)$. ويرمز لهذه الفروق بالحرف D، وهو يعبر عن الحدود العشوائية $(D_1, D_2, \dots, D_N)$ والتي قد تكون قيمها موجبة، سالبة أو معدومة.

لقياس جودة المنحنى C نستخدم الكمية:

$$D_1^2 + D_2^2 + \cdots + D_N^2$$

إذا كانت هذه الكمية صغيرة فإن المنحنى يكون جيدا ويمثل الظاهرة المدروسة أحسن تمثيل، وفي حال العكس يكون توفيق المنحنى (الخط) سيئا.

الشكل 2.5. إشتقاق الحدود العشوائية من خط الانحدار



Source : Spiegel. R. M ; Stephens. L. J. (1999). Theory and problems of statistics, 3rd Edit, McGraw-Hill, USA, p. 284.

1.1.1. الفروض التي تقوم عليها طريقة المربعات الصغرى العادية:

لكي يمكن استخدام طريقة (OLS) في تقدير المعادلة رقم ، فإنه يتوجب توفر الفروض التالية[1]:

- **الفرض الأول**: إن المتغير التابع (Y_i) يكون دالة خطية في المتغير المستقل (X_i) مضافا إليه الحد العشوائي (ε_i).
- **الفرض الثاني** : إن القيمة المتوقعة للحد العشوائي تكون مساوية للصفر $E(\varepsilon_i) = 0$. ويعني هذا أن الوسط الحسابي للحد العشوائي المصاحب لكل مستوى من (X_i) يساوي صفر وإن المتغير (X_i) يكون ثابتا.
- **الفرض الثالث**: إن تباين الحد العشوائي يكون ثابتا (Homoscedastic) أي:

$$Var(\varepsilon_i) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i \backslash X_i)]^2 = E(\varepsilon_i \backslash X_i) = \left(\varepsilon_i^2\right) = \sigma^2$$

يترتب عن إسقاط هذا الفرض حدوث مشكلة عدم ثبات الحد العشوائي[2] (Heteroscedasticity Problem).

- **الفرض الرابع**: إن الحد العشوائي لمشاهدة ما لا يرتبط بحد الخطأ في مشاهدة أخرى أي:

$$Cov\left(\varepsilon_i\ \varepsilon_j\right) = 0\ ; (i \neq j)$$

يترتب عن إسقاط هذا الفرض حدوث مشكلة الارتباط الذاتي (Autocorrelation Problem).

- **الفرض الخامس**: إن الحد العشوائي يكون مستقلا عن المتغير المستقل بالنسبة لكل مشاهدة ويستلزم ذلك أن يكون التغاير مساويا للصفر أي:

$$Cov\left(X_i\ \varepsilon_j\right) = 0$$

- **الفرض السادس**: قيم المتغير X_i داخل العينة المدروسة غير متساوية بالضرورة . بعبارة أخرى، لا بد أن يكون تباين X_i عددا منتهيا وموجبا. (la variance de X_i doit être un nombre fini positif).

2.1.1. تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي البسيط:

إن الهدف من تحليل الانحدار الخطي البسيط هو تقدير القيم العددية لمعلمات النموذج $(a\ and\ b)$.

وسنقوم بعرض ثلاثة طرق بهذا الشأن:

1.2.1.1. طريقة المعادلات الاعتدالية (الطبيعية):

لننطلق من المعادلة:

$$Y = a + bX$$

بإدخال صيغة التجميع على طرفي المعادلة السابقة في مرحلة أولى ثم ضربهما في X في مرحلة ثانية نحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} \sum Y = aN + b\sum X \\ \sum XY = a\sum X + b\sum X^2 \end{cases}$$

---

[1] الشوربجي مجدي. (1994). الاقتصاد القياسي: النظرية والتطبيق، الدار المصرية اللبنانية، القاهرة، مصر، ص ص . 53، 55.

[2] Gujarati. D. (2009). Basic Econometrics, 5th Edit, McGraw-Hill, USA, pp. 64,67.

بحل جملة المعادلات أعلاه نحصل على قيم المعاملات $(a\ and\ b)$.

بإعادة ترتيب المعادلة الأولى من الجملة السابقة والقسمة على N نجد:

$$a = \frac{\sum Y}{N} - a\frac{\sum X}{N} = \bar{Y} - b\bar{X}$$

يمكن الحصول على قيم الثوابت $(a\ and\ b)$ بالتعويض في الصيغ التالية والتي تحصلنا عليها من حل جملة المعادلات السابقة:

$$a = \frac{(\sum Y)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{N(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

2.2.1.1. طريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية:

يمكن اختصار العمل في إيجاد خط (OLS) بتحويل البيانات بحيث: $x = X - \bar{X}$ و $y = Y - \bar{Y}$.

وبهذا تكتب معادلة (OLS) كالتالي:

$$y = \left(\frac{\sum xy}{\sum x^2}\right)x$$

3.2.1.1. طريقة المصفوفات:

يمكن الحصول على معلمات خط الانحدار بحل النظام التالي:

$$\hat{\beta} = (\grave{X}X)^{-1}\grave{X}Y$$

حيث أن:

$\hat{\beta}$: مصفوفة معاملات نموذج الانحدار؛

X : مصفوفة قيم المتغير المستقل؛

Y : مصفوفة قيم المتغير التابع؛

$\grave{X}$: منقول *(Transpose)* المصفوفة X؛

$(\grave{X}X)^{-1}$: معكوس *(Inverse)* المصفوفة $\grave{X}X$.

4.2.1.1. مثال تطبيقي حول طريقة المعادلات الطبيعية:

إليك البيانات التالية المتعلقة بالمتغيرين $(Y\ and\ X)$ الموضحة في الجدول التالي:

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	8	9

- **المطلوب**

– قم بتقدير نموذج انحدار Y (المتغير التابع) على X (المتغير المستقل) باستخدام **طريقة المعادلات الطبيعية**، مع تفسير قيمة معامل الانحدار.

– قم بإيجاد معلمات نموذج الانحدار بالتعويض في صيغ $(a_0\ \ a_1)$.

- **الحل**

➢ نقوم بداية بتنظيم البيانات في الجدول الموالي:

X_i	Y_i	X_i^2	X_iY_i
1	1	1	1
3	2	9	6
4	4	16	16
6	4	36	24
8	5	64	40
9	7	81	63
11	8	121	88
14	9	196	126
$\sum X_i = 56$	$\sum Y_i = 40$	$\sum X_i^2 = 524$	$\sum X_iY_i = 364$

بالتعويض في جملة المعادلات الطبيعية نحصل على:

$$\begin{cases} 8a + 56b = 40 \\ 56a + 524b = 364 \end{cases}$$

بحل جملة المعادلتين أعلاه نحصل على قيم معاملات نموذج الانحدار الخطي البسيط : $(a = 0.545\ ;\ b = 0.636)$ وعليه يمكن كتابة معادلة إنحدار Y على X كما يلي:

$$\widehat{Y}_i = 0.545 + 0.636X_i + e_i$$

➢ **تفسير قيمة معامل الانحدار:**

من خلال قيمة $(b = 0.636)$ يتضح أن العلاقة بين المتغيرين X و Y هي علاقة موجبة، حيث أن زيادة بوحدة واحدة في المتغير المستقل X تؤدي إلى زيادة قدرها 0.636 وحدة في المتغير التابع Y ، كما أن تراجع X بوحدة واحدة يؤدي إلى تراجع قيمة Y بـ 0.636 وحدة.

➢ تقدير معلمات نموذج الانحدار بالتعويض في صيغ $(a\ and\ b)$:

$$a = \frac{(\sum Y)(\sum X^2)-(\sum X)(\sum XY)}{N\sum X^2-(\sum X)^2} = \frac{(40)(524)-(56)(364)}{(8)(524)-(56)^2} = 0.545$$

$$b = \frac{N(\sum XY)-(\sum X)(\sum Y)}{N\sum X^2-(\sum X)^2} = \frac{(8)(364)-(56)(40)}{(8)(524)-(56)^2} = 0.636$$

5.2.1.1. مثال تطبيقي حول طريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية:

إليك البيانات التالية حول المتغيرين $(Y\ and\ X)$:

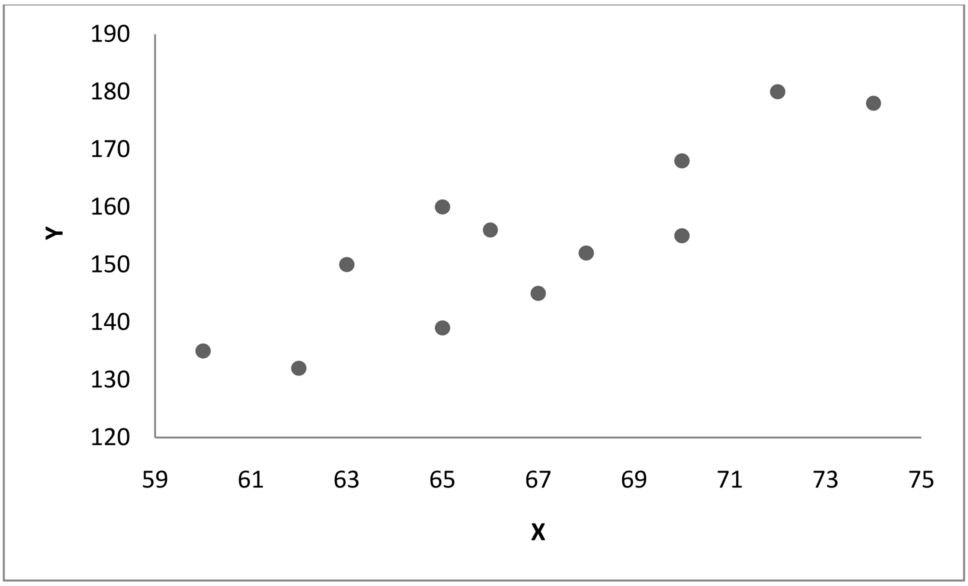
X	70	63	72	60	66	70	74	65	62	67	65	68
Y	155	150	180	135	156	168	178	160	132	145	139	152

- **المطلوب**

- قم برسم شكل الانتشار الذي يوضح العلاقة بين المتغيرين (اعتبر X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع) ثم علق على الشكل الذي توصلت إليه.
- قم بتقدير دالة الانحدار الخطي البسيط باستخدام **طريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية** باعتماد X كمتغير مستقل و Y كمتغير تابع؛

- **الحل**

- رسم شكل الانتشار بين المتغير (X and Y):



- **التعليق على الرسم البياني**

يتضح من شكل الانتشار أن العلاقة بين المتغيرين X و Y خطية (يمكن تقريب البيانات بخط مستقيم كما يظهره الشكل) وموجبة، حيث أن الزيادة في X تؤدي إلى الزيادة في Y.

➤ إيجاد معادلة انحدار Y على X وفقا لطريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية:

ترتب العمليات الحسابية الضرورية في الجدول الموالي:

X	Y	$x = X - \bar{X}$	$y = Y - \bar{Y}$	xy	x^2	y^2
70	155	3.2	0.8	2.56	10.24	0.64
63	150	-3.8	-4.2	15.96	14.44	17.64
72	180	5.2	25.8	134.16	27.04	665.64
60	135	-6.8	-19.2	130.56	46.24	368.64
66	156	-0.8	1.8	-1.44	0.64	3.24
70	168	3.2	13.8	44.16	10.24	190.44
74	178	7.2	23.8	171.36	51.84	566.44
65	160	-1.8	5.8	-10.44	3.24	33.64
62	132	-4.8	-22.2	106.56	23.04	492.84
67	145	0.2	-9.2	1.84	0.04	84.64
65	139	-1.8	-15.2	27.36	3.24	231.04
68	152	1.2	-2.2	2.64	1.44	4.84
$\sum X =$ ***802***	$\sum Y =$ ***1850***	**0**	**0**	$\sum xy$ **=616.32**	$\sum x^2$ **=191.68**	$\sum y^2$ **=2659.68**

$$\bar{X} = (1/N) * (\sum X_i) = (1/12) * (802) = 66.8$$

$$\bar{Y} = (1/N) * (\sum Y_i) = (1/12) * (1850) = 154.2$$

وفقا لطريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية فإن معادلة (OLS) تكتب في الصورة التالية:

$$y = \left(\frac{\sum xy}{\sum x^2}\right) x$$

$$x = X - \bar{X} \quad ; \quad y = Y - \bar{Y}$$

$$Y - 154.2 = \left(\frac{616.32}{191.68}\right)(X - 66.8)$$

وعليه تكون معادلة (OLS) كما يلي:

$$\hat{Y}_i = -60.9 + 3.22\, X_i + e_i$$

6.2.1.1. مثال تطبيقي حول طريقة المصفوفات:

إليك الجدول التالي الذي يمثل الكميات المطلوبة لسلعة ما (Y) وسعرها (X):

7	6	5	4	3	2	1	**X**
1	3	4	7	9	14	18	**Y**

- **المطلوب**

قم بتقدير دالة انحدار الكمية المطلوبة (Y) على سعرها (X) **باستخدام طريقة المصفوفات**.

- **الحل**

لإيجاد قيم المعاملات نستخدم النظام التالي:

$$\hat{\beta} = (\grave{X}X)^{-1}\grave{X}Y$$

- إيجاد معكوس المصفوفة $(\grave{X}X)^{-1}$:

تكتب مصفوفة المتغير المستقل (X) على الشكل التالي:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

منقول (مبدول) المصفوفة X ويكتب : $\grave{X}$ هو عبارة عن تحويل أعمدة المصفوفة X إلى صفوف على النحو التالي:

$$\grave{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

وعليه يكون حاصل الضرب كما يأتي[1]:

$$(\grave{X}X) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 28 \\ 28 & 140 \end{bmatrix}$$

حتى نجد معكوس المصفوفة $(X^T X)$ لابد من حساب قيمة محدد هذه الأخيرة، والذي يحسب كما يلي:

$$|\grave{X}X| = \begin{vmatrix} 7 & 28 \\ 28 & 140 \end{vmatrix} = (7\,.140)(28\,.28) = 196$$

بعد ذلك نقوم بحساب المصفوفة المرافقة (يرمز لها بـ Adj) والتي تتمثل في تبديل موقع عناصر القطر الأول فقط وقلب إشارات عناصر القطر المقابل دون تبديل مواقعها.

$$Adj(\grave{X}X) = \begin{bmatrix} 140 & -28 \\ -28 & 7 \end{bmatrix}$$

[1] لمراجعة شاملة حول العمليات على المصفوفات، أنظر : سيمور ليبشتز، سلسلة ملخصات شوم : نظريات ومسائل في الجبر الخطي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص ص. 42، 46.

وعليه يمكن التوصل إلى معكوس المصفوفة $(X^T X)$ على النحو التالي:

$$(\grave{X}X)^{-1} = \frac{1}{196}\begin{bmatrix} 140 & -28 \\ -28 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.714 & -0.142 \\ -0.142 & 0.035 \end{bmatrix}$$

- إيجاد المصفوفة$X^T X$:

$$X^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 18 \\ 14 \\ 9 \\ 7 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 \\ 146 \end{bmatrix}$$

- حساب حاصل ضرب المصفوفة $(X^T X)^{-1}$ والمصفوفة $X^T Y$ لأجل التوصل إلى مصفوفة معاملات نموذج الانحدار:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.714 & -0.142 \\ -0.142 & 0.035 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 56 \\ 146 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.252 \\ -2.842 \end{bmatrix}$$

وعليه فإن معادلة (OLS) المقدرة تكون:

$$\hat{Y}_i = 19.252 - 2.842\, X_i + e_i$$

2. تطبيق الانحدار الخطي البسيط على السلاسل الزمنية:

إذا كان المتغير المستقل (X) هو الزمن (Time) فإن البيانات التي تظهر قيم المتغير التابع (Y) عند أزمنة مختلفة (أيام، أسابيع، شهور، سنوات) تسمى بالسلاسل الزمنية (Time Series)، ويسمى خط أو منحنى انحدار Y على X في هذه الحالة بخط الاتجاه العام (Trend Line) ، ويستخدم غالبا لأغراض التنبؤ.

في الواقع، تبقى العلاقات المعتمدة في طريقة (OLS) على حالها دون تغيير، إلا أنه يتم تعويض الفترات الزمنية برتب قد تكون مثلا من 1 إلى غاية T ، أو من 0 إلى غاية T. حيث أن T تعبر عن الفترة الأخيرة.

1.2. مثال تطبيقي حول الانحدار باستخدام السلاسل الزمنية:

يوضح الجدول الموالي إنتاج الصلب بملايين الكيلوطن في بلد معين خلال الفترة من1999 إلى غاية 2009:

السنة (X)	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
إنتاج الصلب (Y)	66.6	84.9	88.6	78	96.8	105.2	93.2	111.6	88.3	117	115.2

- **المطلوب**

– عبر عن هذه البيانات بالرسم.

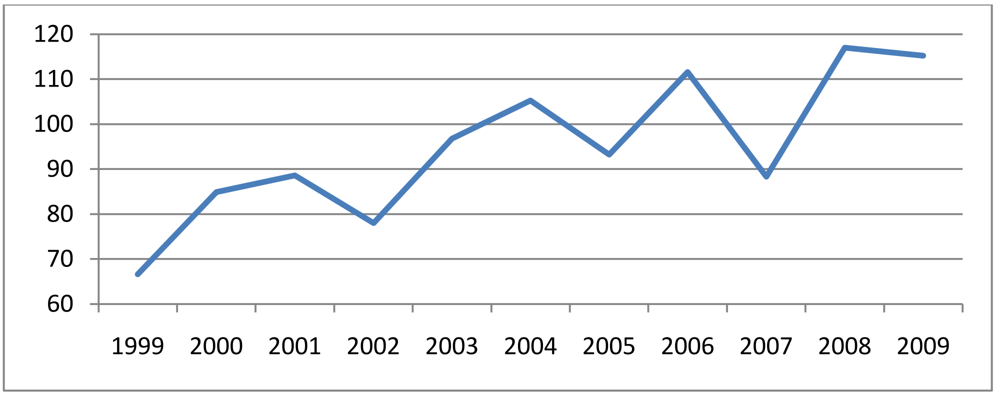
– أوجد معادلة خط المربعات الصغرى العادية الذي يوفق البيانات باستخدام طريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية.

– قدر إنتاج الصلب خلال الأعوام : 2010–2011. وقارن النتائج مع القيم الفعلية 112.7، 85.3 مليون كيلوطن على الترتيب.

– قدر إنتاج الصلب خلال الأعوام 1997–1998 وقارن النتائج مع القيم الفعلية 79.7، 89.6 مليون كيلوطن على الترتيب.

- **الحل**

➢ التمثيل البياني للسلسلة الزمنية:



➢ إيجاد معادلة خط المربعات الصغرى العادية الذي يوفق البيانات:

نقوم بترتيب البيانات في الجدول الموالي[1]:

السنة	X	Y	$x = X - \bar{X}$	$y = Y - \bar{Y}$	x^2	xy
1999	0	66.6	-5	-28.4	25	142
2000	1	84.9	-4	-10.1	16	40.4
2001	2	88.6	-3	-6.4	9	19.2
2002	3	78	-2	-17	4	34
2003	4	96.8	-1	1.8	1	-1.8
2004	5	105.2	0	10.2	0	0
2005	6	93.2	1	-1.8	1	-1.8
2006	7	111.6	2	16.6	4	33.2
2007	8	88.3	3	-6.7	9	-20.1
2008	9	117	4	22	16	88

[1] نلفت انتباه القارئ إلى أنه قد تم التعبير عن قيم الزمن (X) في حل هذا المثال على النحو التالي : (X= 0, 1, 2, …, T)؛ إلا أنه كان من الممكن أن نعبر عن قيم الزمن كما يلي : (X= 1, 2, 3, …, T) كما تم العمل به في المحاضرة الثالثة من هذه المطبوعة . تجدر الإشارة إلى أن كلا الطريقتين في التعبير عن قيم متغير الزمن تخلصان إلى نفس النتيجة.

2009	10	115.2	5	20.2	25	101
	$\sum X = 55$	$\sum Y =$ 1045.4	0	0	$\sum x^2 =$ 110	$\sum xy =$ 434.1

$$\bar{X} = (1/N) * (\sum X_i) = (1/11) * (55) = 5$$

$$\bar{Y} = (1/N) * (\sum Y_i) = (1/11) * (1045.4) = 95$$

المعادلة المطلوبة هي:

$$y = \left(\frac{\sum xy}{\sum x^2}\right) x$$

$$x = X - \bar{X} \quad ; \quad y = Y - \bar{Y}$$

$$Y - 95 = \left(\frac{434.1}{110}\right)(X - 5)$$

$$\hat{Y}_t = 75.2 + 3.95\, X_t + e_i$$

- تقدير إنتاج الصلب خلال الأعوام : 2010–2011. ومقارنة النتائج مع القيم الفعلية 112.7، 85.3 مليون كيلوطن على الترتيب:

رمزنا إلى سنة 1999 بالرقم 0 ، إذن فالسنوات 2010 و 2011 تقابلها على التوالي الأرقام 11 و 12.

إذن بالتعويض في معادلة (OLS) المتوصل إليها نجد:

$$\hat{Y}_t = 75.2 + 3.95\ (11) = 118.65$$

- إذن في سنة 2010 يقدر وفق معادلة (OLS) أن الانتاج سوف يبلغ 118.65 مليون كيلوطن، وهي قيمة تقترب إلى حد ما من القيمة الفعلية المسجلة لذات السنة (112.7 مليون كيلوطن).
- بالنسبة لسنة 2011:

$$\hat{Y}_t = 75.2 + 3.95\ (12) = 122.6$$

يتضح أن قيمة الإنتاج المقدرة لسنة 2011 هي 122.6 مليون كيلوطن وهي في الواقع بعيدة عن القيمة الفعلية المسجلة لذات السنة وهي 85.3 مليون كيلوطن[1].

- تقدير إنتاج الصلب خلال الأعوام : 1997–1998. ومقارنة النتائج مع القيم الفعلية 79.7، 89.6 مليون كيلوطن على الترتيب:

- بالنسبة لسنة 1997:

$$\hat{Y}_t = 75.2 + 3.95\ (-2) = 67.3$$

[1] تعلمنا هذه النتيجة بخطورة الخطأ الذي يمكن أن تعاني منه معادلة الانحدار في مسألة التنبؤ . ما يمكن أن ينعكس سلبا على قرارات المؤسسة المعتمدة على نماذج من هذا النوع، والسبب في هذا الخطأ قد يعود إلى عدم دقة توصيف النموذج أو إلى مشكلات قياسية يتوجب تصحيحها قبل الشروع في عملية التنبؤ .

يتضح أن قيمة الانتاج المقدرة لسنة 2011 هي 122.6 مليون كيلوطن وهي قريبة نسبيا من القيمة الفعلية المسجلة لذات السنة وهي 79.7 مليون كيلوطن.

- بالنسبة لسنة 1998:

$$\hat{Y}_t = 75.2 + 3.95\,(-1) = 71.25$$

يتضح أن قيمة الإنتاج المقدرة لسنة 2011 هي 71.25 مليون كيلوطن وهي قريبة نسبيا من القيمة الفعلية المسجلة لذات السنة وهي 89.6 مليون كيلوطن.

3. تطبيق الانحدار الخطي البسيط على المتغيرات الصورية:

تسمى المتغيرات الصورية (Dummy Variables) كذلك بالمتغيرات الصماء، الوهمية، الثنائية، النوعية والفئوية. تستخدم هذه المتغيرات كممثل لبعض المتغيرات النوعية أو الوصفية التي تؤثر في الظواهر الاقتصادية أو الادارية كالجنس، اللون، الديانة، الموطن، المهنة، المستوى التعليمي وغيرها . وتأخذ هذه المتغيرات قيمتين تحكيميتين فقط هما الصفر والواحد. فهي تأخذ القيمة واحد عند وجود خاصية معينة وتأخذ القيمة صفر عند غياب هذه الخاصية[1].

إذا رمزنا للمتغير الصوري بالرمز (D) فإن (D=1) إذا كان الفرد ذكرا و (D=0) إذا كان الفرد أنثى، على إعتبار أن (D) ترمز إلى الجنس. تستخدم المتغيرات الصورية في نماذج الانحدار سواء كمتغيرات تابعة أو تفسيرية.

1.3. مثال تطبيقي حول الانحدار باستخدام المتغيرات الصورية:

من الممكن أن يحتوي نموذج الانحدار على متغير تفسيري نوعي واحد دون وجود أية متغيرات تفسيرية كمية، فإذا أردنا مثلا اختبار أثر الجنس (ذكر أو أنثى) على مستوى الأجور في مجتمع العاملين بمجال التدريس، فمن الممكن عمل ذلك من خلال قياس علاقة الانحدار بين الأجر (Y) كمتغير تابع و الجنس (D) كمتغير مستقل وتأخذ العلاقة الصيغة الآتية:

$$Y_i = a + bD_i + \varepsilon_i$$

يوضح الجدول الموالي المرتبات السنوية لعينة من المدرسين خريجي الجامعات وعددهم 10.

الجنس (D)	ذكر	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	أنثى
المرتب (Y)	1000	1100	800	900	1050	950	850	1300	1500	950

- **المطلوب:**

قدر معادلة انحدار الدخل السنوي على الجنس.

[1] عطية عبد القادر محمد عبد القادر. (2005). الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، الدار الجامعية، الإسكندرية، ص. 318-320.

- **الحل:**

نقوم بترتيب البيانات في الجدول الموالي:

D	Y	$d = D - \bar{D}$	$y = Y - \bar{Y}$	d^2	dy
1	1000	0.5	-40	0.25	-20
1	1100	0.5	60	0.25	30
0	800	-0.5	-240	0.25	120
0	900	-0.5	-140	0.25	70
1	1050	0.5	10	0.25	5
0	950	-0.5	-90	0.25	45
0	850	-0.5	-190	0.25	95
1	1300	0.5	260	0.25	130
1	1500	0.5	460	0.25	230
0	950	-0.5	-90	0.25	45
$\sum D = 5$	$\sum Y = 10400$	0	0	$\sum d^2 = 2.5$	$\sum dy = 750$

$$\bar{D} = (1/N) * (\sum D_i) = (1/10) * (5) = 0.5$$

$$\bar{Y} = (1/N) * (\sum Y_i) = (1/10) * (10400) = 1040$$

المعادلة المطلوبة هي:

$$y = \left(\frac{\sum dy}{\sum d^2}\right) d$$

$$d = D - \bar{D} \quad ; \quad y = Y - \bar{Y}$$

$$Y - 1040 = \left(\frac{750}{2.5}\right) (d - 0.5)$$

$$\hat{Y}_i = 890 + 300\, D_i + e_i$$

تشير المعلمة التقاطعية $(a = 890)$ إلى متوسط مرتب المدرسة (أنثى)، أما معامل الانحدار $(b = 300)$ فيشير إلى الفرق بين متوسط مرتب المدرسين الذكور وهو 1190 وحدة نقدية ومتوسط مرتب المدرسات الاناث 890 وحدة نقدية.

4. الانحدار الخطي المتعدد:

تقوم فكرة الانحدار الخطي المتعدد (Multiple Linear Regression) على دراسة أثر أكثر من متغير مستقل على المتغير التابع . ومثال ذلك إذا رغب الباحث في دراسة أثر مستوى المهارة والدافعية على الأداء الوظيفي للعاملين.

في حالة ثلاثة متغيرات، تكتب معادلة انحدار المتغير التابع (Z) على المتغيرين المستقلين (X and Y) كالآتي:

$$Z_i = a + b_1 X_i + b_2 Y_i + \varepsilon_i$$

حيث أن $(a, b_1\ an\ b_2)$ تمثل معلمات النموذج. والتي يمكن الحصول عليها بحل جملة المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{cases} \sum Z = aN + b_1 \sum X + b_2 \sum Y \\ \sum XZ = a \sum X + b_1 \sum X^2 + b_2 \sum X\, Y \\ \sum YZ = a \sum Y + b_1 \sum X\, Y + b_2 \sum Y^2 \end{cases}$$

تحصلنا على هذه الجملة بضرب المعا دلة الأولى منها في 1، X، Y بالتتالي ثم التجميع. يمكن أن تكون جملة المعادلات السابقة أكثر تعقيدا إذا زاد عدد المتغيرات محل الدراسة عن ثلاثة، حيث أن التمثيل الهندسي لا يمكن استخدامه، إذ أن هذا يتطلب فراغا ذا أربعة، خمسة أبعاد، وهكذا.

1.4. مثال تطبيقي حول الانحدار الخطي المتعدد:

يعتقد أن المتغير (Z) دالة خطية في (X and Y) بحيث تتوضح قيم هذه المتغيرات من خلال الجدول التالي:

Z	64	71	53	67	55	58	77	57	56	51	76	68
X	57	59	49	62	51	50	55	48	52	42	61	57
Y	8	10	6	11	8	7	10	9	10	6	12	9

- **المطلوب**
  - أوجد معادلة انحدار المربعات الصغرى العادية لـ(Z) على (X and Y).
  - قدر قيمة (Z) عند (X=54) و (Y=5).
- **الحل**
  - نقوم بترتيب البيانات في الجدول الموالي:

Z	X	Y	X^2	Y^2	ZX	ZY	YX
64	57	8	3249	64	3648	512	456
71	59	10	3481	100	4189	710	590
53	49	6	2401	36	2597	318	294
67	62	11	3844	121	4154	737	682
55	51	8	2601	64	2805	440	408
58	50	7	2500	49	2900	406	350
77	55	10	3025	100	4235	770	550
57	48	9	2304	81	2736	513	432
56	52	10	2704	100	2912	560	520
51	42	6	1764	36	2142	306	252
76	61	12	3721	144	4636	912	732
68	57	9	3249	81	3876	612	513
$\sum Z =$ 753	$\sum X =$ 643	$\sum Y =$ 106	$\sum X^2 =$ 34843	$\sum Y^2 =$ 976	$\sum ZX =$ 40830	$\sum ZX =$ 6796	$\sum YX =$ 5779

$$\begin{cases} \sum Z = aN + b_1 \sum X + b_2 \sum Y \\ \sum XZ = a \sum X + b_1 \sum X^2 + b_2 \sum X\,Y \\ \sum YZ = a \sum Y + b_1 \sum X\,Y + b_2 \sum Y^2 \end{cases}$$

باعتماد نتائج الجدول أعلاه والتعويض في الجملة السابقة نحصل على:

$$\begin{cases} 12a + b_1 + b_2 = 753 \\ 643a + 34843b_1 + 5779b_2 = 40830 \\ 106a + 5779b_1 + 976b_2 = 6796 \end{cases}$$

بالإمكان حل جملة المعادلات الخطية بالاعتماد على طريقة كرامر (Cramer's Rule for Solving Linear Equations). نحول جملة المعادلات إلى الصيغة المصفوفية كما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 12 & 643 & 106 \\ 643 & 34843 & 5779 \\ 106 & 5779 & 976 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 753 \\ 40830 \\ 6796 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta] \quad . \quad [A] \quad = \quad [B]$$

$$|\Delta| = 12 \begin{vmatrix} 34843 & 5779 \\ 5779 & 976 \end{vmatrix} - 643 \begin{vmatrix} 643 & 106 \\ 5779 & 976 \end{vmatrix}$$

$$+106 \begin{vmatrix} 643 & 106 \\ 34843 & 5779 \end{vmatrix} = 67116$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 753 & 643 & 106 \\ 40830 & 34843 & 5779 \\ 6796 & 5779 & 976 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 753 \begin{vmatrix} 34843 & 5779 \\ 5779 & 976 \end{vmatrix} - 40830 \begin{vmatrix} 643 & 106 \\ 5779 & 976 \end{vmatrix}$$

$$+6796 \begin{vmatrix} 643 & 106 \\ 34843 & 5779 \end{vmatrix} = 245055$$

$$a = \frac{|A|}{|\Delta|} = \frac{245055}{67116} = 3.6512$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 12 & 753 & 106 \\ 643 & 40830 & 5779 \\ 106 & 6796 & 976 \end{bmatrix}$$

$$|B_1| = 12 \begin{vmatrix} 40830 & 5779 \\ 6796 & 976 \end{vmatrix} - 643 \begin{vmatrix} 753 & 106 \\ 6796 & 976 \end{vmatrix}$$

$$+106 \begin{vmatrix} 753 & 106 \\ 40830 & 5779 \end{vmatrix} = 57358$$

$$b_1 = \frac{|B_1|}{|\Delta|} = \frac{57358}{67116} = 0.8546$$

بتعويض قيم $(a\ and\ \ b_1)$ في المعادلة الأولى من الجملة أعلاه نجد:

$$12(3.6512) + 643(0.8545) + 106\mathrm{b}_2 = 753$$

$$\therefore\ b_2 = 1.5063$$

وعليه فإن معادلة الانحدار المطلوبة هي:

$$\hat{Z}_i = 3.6512 + 0.8546X_i + 1.5063Y_i + e_i$$

- لتقدير قيمة (Z) عند (X=54) و (Y=9) نقوم بالتعويض بقيم (X and Y) في معادلة الانحدار المقدرة على النحو التالي:

$$\hat{Z}_i = 3.6512 + 0.8546\ (54) + 1.5063(5) = 57.3311$$

يسمى هذا النوع من التقدير بتنبؤ النقطة (Point Forecast)، وهو عبارة عن التنبؤ بقيمة واحدة للمتغير التابع في فترة مستقبلية يحددها مصمم عملية التنبؤ.

قائمة المراجع

أولا: المراجع باللغة العربية:

أ. **الكتب:**

- **الشوربجي مجدي**. (1994). الاقتصاد القياسي: النظرية والتطبيق، الدار المصرية اللبنانية، القاهرة.
- **راتول محمد**. (2006). الإحصاء الوصفي، ط. 2، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.
- **طعمة حسن ياسين؛حنوش إيمان حسين**. (2009). أساليب الإحصاء التطبيقي، دار صفاء، عمان.
- **عطية عبد القادر محمد عبد القادر** . (2005). الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، الدار الجامعية، الإسكندرية.

ب. **المطبوعات والرسائل الجامعية:**

- **بو عبد الله صالح**، تقنيات التنبؤ، مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثالثة تخصص إدارة أعمال، جامعة محمد بوضياف بالمسيلة (الجزائر).

ثانيا: المراجع باللغة الأجنبية:

أ. **الكتب:**

- **Box. E. P. G ; Jenkins. G. M ; Reinsel. G. C ; Ljung. G. M** . (2016). Time series analysis: Forecasting and control, 5th Edit, Wiley, USA.
- **Bourbonnais. R ; Terraza. M**. (2010). Analyse des séries temporelles : Applications à l'économie et la gestion, 3ème Edit, DUNOD, Paris.
- **Bourbonnais. R; Usunier. J-C**. (2001). Prévision des ventes : théorie et pratique, 3ème Edit, Economica, Paris.
- **Castle. J ; Clements. M. P ; Hendry. D. F**. (2019). Forecasting : An essential introduction, Yale University Press, USA.
- **Dreyfuss. P ; Stolfi-Donati**. N. (2015). Probabilités et statistiques appliquées - Cours, exercices et travaux pratiques avec tableur, corrigés détaillés, Ellipses, Paris.
- **Gujarati. D**. (2009). Basic Econometrics, 5th Edit, McGraw-Hill, USA.
- **Gujarati. D**. (2015). Econometrics by Example, 2nd Edit, Palgrave, USA.
- **Kotler. P. and Keller. K. L**. (2012). Marketing Management, 14th Ed, Pearson, USA.

- **Samuelson. P. A ; Nordhaus. W. D**. (2010). Economics, 19th Edit, McGraw-Hill, USA.

- **Spiegel. R. M ; Stephens. L. J**. (1999). Theory and problems of statistics, 3rd Edit, McGraw-Hill, USA.

- **Vaté. M**. (1993). Statistique chronologique et prévision, Economica, Paris.

ب. المجلات والملتقيات:

- **Jadevicius, A., Sloan, B., & Brown, A**. (2010, September). *A century of research on property cycles – a review of research on major and auxiliary business cycles*. Paper presented at XI BSV International Conference on Valuation and Investment,, Minsk, Belarus, *p.2*. On the link. https://www.napier.ac.uk/~/media/worktribe/output207303/paperiminsk2010pdf.pdf

- **Lin S., Shen L., Xiong C., Li X**. (2020). *Multi-criteria Group Decision Making and Group Agreement Quotient Analysis Based on the Delphi Method*. *in*: Barolli L., Hussain F., Ikeda M. (eds) Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems. CISIS 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 993. Springer, Cham. http://sci-hub.cc/10.1007/978-3-030-22354-0_22

ت. القواميس والموسوعات:

- **Dodge. Y**. (2008). The concise encyclopedia of statistics, Springer, USA.

- **Everitt. B. S**. (2000). The Cambridge dictionary of statistics, 2nd Edit, UK, Cambridge University Press.

- **Mével. J-P ; Chauveau. G, Hudelot. S, Sobokta-Kannas. C, Morel. D**. (1979). Larousse de la langue française: Lexis, Librairie Laousse, Paris.

- Oxford Wordpower Dictionary. (2013). Oxford University Press, China.

ث. المقالات المنشورة على الانترنت:

- **Gianluca Matalo**. (Jun 23, 2020). An algorithm to find the best moving average for stock trading. On the link: https://towardsdatascience.com/an-algorithm-to-find-the-best-moving-average-for-stock-trading-1b024672299c